Thermodynamik I

Sommersemester 2012

Kapitel 3, Teil 1

Prof. Dr.-Ing. Heinz Pitsch

Institut für Technische Verbrennung

RWTH AACHEN UNIVERSITY

Kapitel 3, Teil 1: Übersicht

3 Energiebilanz

3.1 Energie

3.1.1 Formen der Energie

- Innere Energie: U
  - thermisch
  - latent

- Äußere Energien: E_a
  - kinetisch E_{kin}
  - potentiell E_{pot}

$\Rightarrow$ Gesamtenergie: $E = U + E_{kin} + E_{pot}$

3.1.2 Innere Energie U

- Innere Energie ist eine Zustandsgröße

$$\Rightarrow \quad u = u(T, v)\,.$$

- Solche Gleichungen heißen kalorische Zustandsgleichungen

- Wegen thermischer Zustandsgleichung $p = p(T, v)$ kann innere Energie auch als Funktion der anderen Zustandsgrößen geschrieben werden

Vollständiges Differenzial der Inneren Energie

- Innere Energie ist eine Zustandsfunktion

  → Sie besitzt ein vollständiges Differential

- Beispiel: Falls innere Energie gegeben ist als

$$u = u(T, v)\,,$$

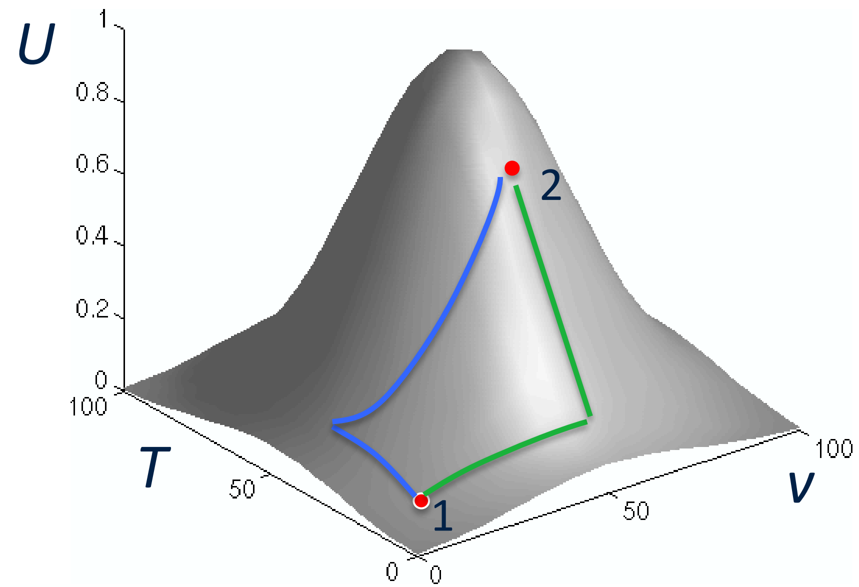
lautet das vollständige Differential:

$$du = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T dv$$

d.h. die Änderung der inneren Energie

ist unabhängig davon wie man

von 1 nach 2 gelangt

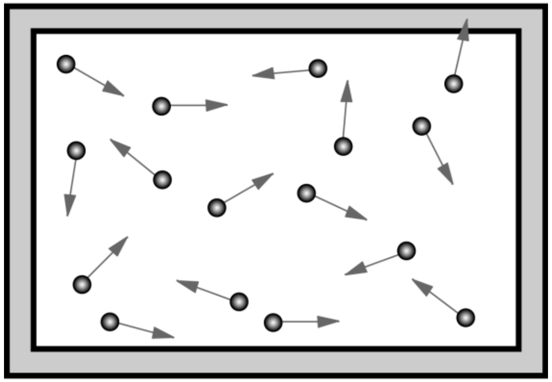


Spezialfall: Die kalorische Zustandsgleichung des idealen Gases

- Für ideales Gas ist innere Energie nur eine Funktion der Temperatur !

$$u = u(T)$$

- Exkurs: Kinetische Gastheorie
  - Beim idealen Gas beschreibt innere Energie die thermische Energie des Systems auf Grund der Bewegung von Molekülen (Billardkugelmodell)
  - Innere Energie $U = N < E_{kin} >$
  - Molare innere Energie $u_m = N_A < E_{kin} >$
  - Für einatomiges, ideales Gas hatten wir gefunden



$$p\, v_m = \frac{2}{3} N_A < E_{kin} > = \mathcal{R} T$$

  - Es folgt für die molare innere Energie

$$\boxed{u_m = \frac{3}{2} \mathcal{R} T \,, \quad u_m = u_m(T)}$$

  und für die spezifische innere Energie

$$u = \frac{u_m}{M} = \frac{3}{2} R T$$

3.1.3 Energietransfer durch Arbeit und Wärme

- Transfer von Energie über die Systemgrenze durch
  - Arbeit
  - Wärme
  - Massenfluss

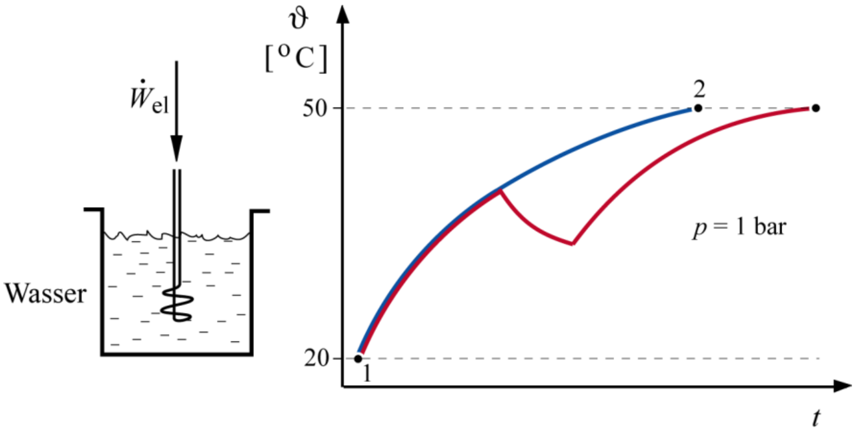
- Arbeit und Wärme sind keine Energien sondern Energietransfers
- Arbeit und Wärme sind keine Zustandsfunktionen
- Arbeit und Wärme sind Wegfunktionen oder Prozessgrößen

Beispiel:

Erwärmen von Wasser bei konstantem Druck mit und ohne Pause

Zustand 1: 1 bar, 20 ^{O}C,

Zustand 2: 1 bar, 50 ^{O}C



Konvention

- Arbeit/Wärme kann dem System von der Umgebung zugeführt

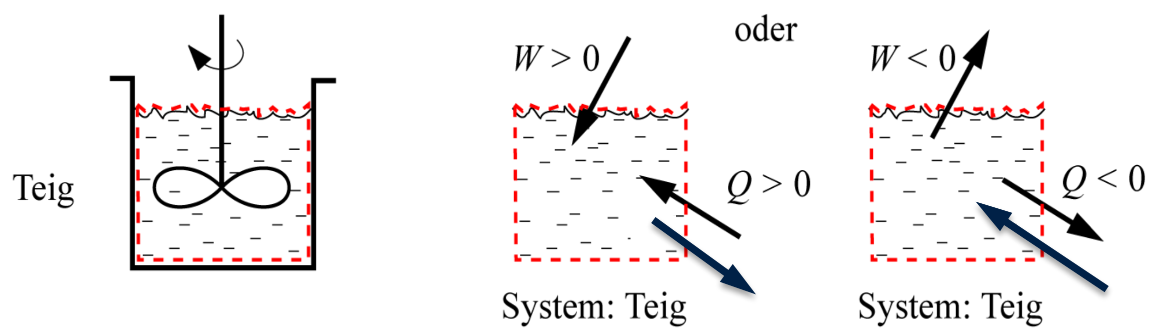
  werden: $W, Q > 0$

- Arbeit/Wärme kann vom System an die Umgebung abgegeben

  werden: $W, Q < 0$

- Beispiel: Erwärmung eines Teigs durch Rühren
  - Betrachtetes System → Teig:
    - Arbeit W durch Rührer wird System zugeführt
    - Wärme Q wegen Wärmeabgabe an die Umgebung abgeführt

Grafische Darstellung:

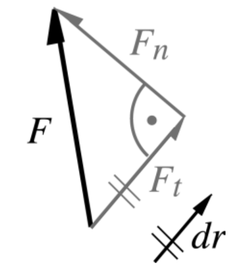


Kapitel 3, Teil 1: Übersicht

3.2. Energietransfer

3.2.1 Arbeit

Vektorzerlegung der Kraft

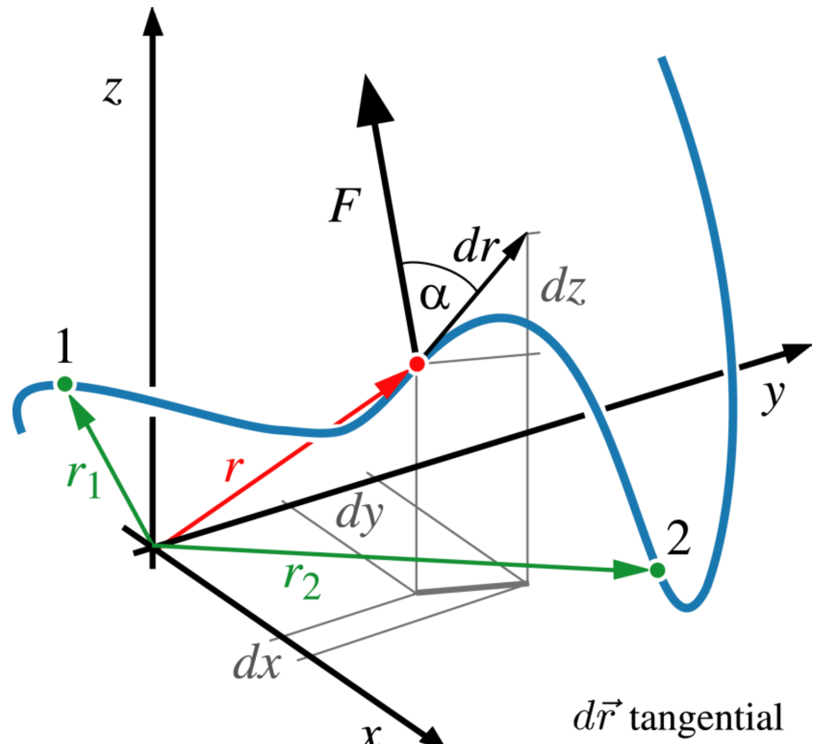


- Arbeit *W* einer Kraft *F*

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F \cos\alpha \, dr = F_t \, dr$$
$$= F_x \, dx + F_y \, dy + F_z \, dz$$

- Von 1 nach 2 geleistete Arbeit berechnet sich durch Integration entlang der Bahnkurve von 1 nach 2:

$$\boxed{W_{12} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} (F_x \, dx + F_y \, dy + F_z \, dz)}$$



$d\vec{r}$ tangential an Bahnkurve

Arbeit und Energie

- Arbeit typischerweise durch Verschiebung einer Kraft
- Einem System zugeführte Arbeit kann in verschiedenen Energieformen auftreten
- Im Folgenden
  - Arbeit und kinetische Energie
  - Arbeit und potentielle Energie
  - Arbeit und Federenergie
  - **Volumenänderungsarbeit**
  - Elektrische Arbeit
  - Wellenarbeit

Arbeit und kinetische Energie

- Nach Newton sind für ein Inertialsystem Beschleunigung und Kraft verknüpft durch

$$\boxed{\vec{F} = m\vec{a}}$$

- Definition Geschwindigkeit: $\vec{c} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$
- Definition Beschleunigung: $\vec{a} = \dfrac{d\vec{c}}{dt}$
- Es gilt mit der Kettenregel: $\dfrac{d\vec{c}}{dt} = \dfrac{d\vec{c}}{d\vec{r}} \cdot \dfrac{d\vec{r}}{dt} = \vec{c} \cdot \dfrac{d\vec{c}}{d\vec{r}}$
- Arbeit der Kraft:

$$W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} m \frac{d\vec{c}}{dt} \cdot d\vec{r} = \int_{\vec{c}_1}^{\vec{c}_2} m\,\vec{c} \cdot d\vec{c} = \frac{1}{2} m\,(c_2^2 - c_1^2)$$

Kinetische Energie

- Definition kinetische Energie

$$\boxed{E_{kin} = \frac{1}{2} m c^2}$$

- Arbeit der Kraft verknüpft mit Änderung der kinetischen Energie des Massenpunktes:

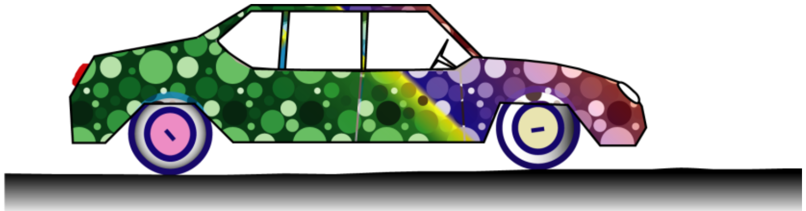
$$\underbrace{W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}}_{\text{Arbeit}} = \underbrace{E_{kin_2} - E_{kin_1}}_{\text{Änderung der kinetischen Energie}}$$

Beispiel: Bremsweg eines PKW bei konstanter Bremskraft

- 68iger Modell, Bremsen vorne kaputt

- Arbeit der Bremskraft erwirkt eine Änderung der kinetischen Energie

$$W_{12} = \int\limits_{s}^{s+\Delta s} -F_B \, ds = \frac{m}{2}(c_2^2 - c_1^2)$$

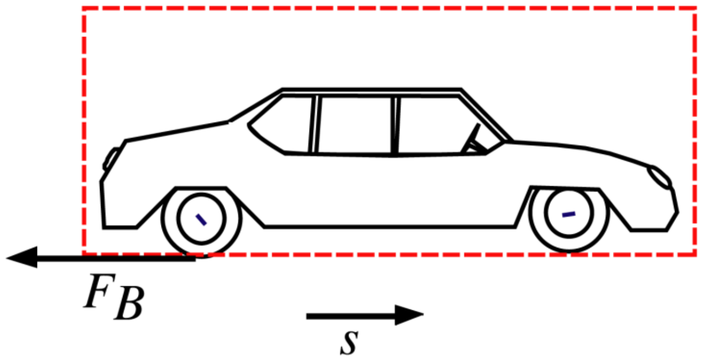


$$c_2 = 0 \Rightarrow \; -F_B \, \Delta s = -\frac{m}{2} c_1^2$$

- Befreiung des Systems PKW

- Bremsweg

$$\boxed{\Delta s = \frac{m}{2F_B} c_1^2}$$

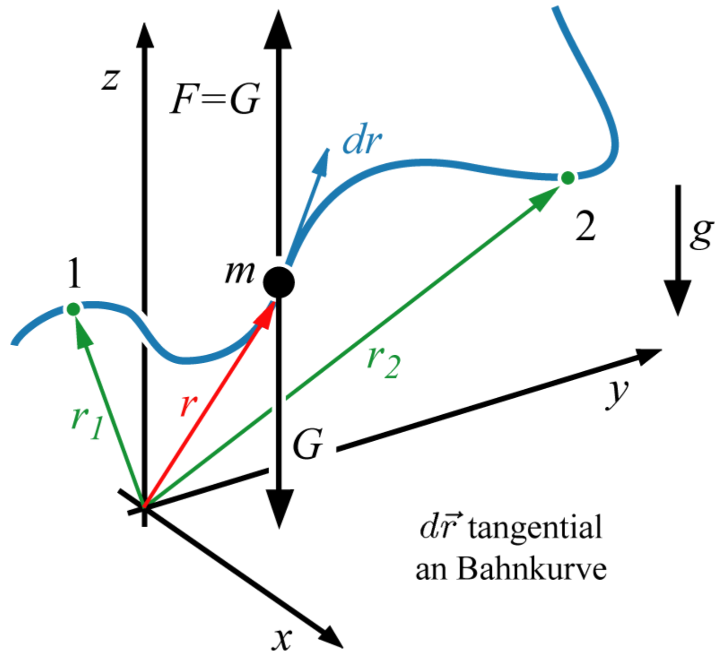


Arbeit und potentielle Energie

- Um einen Körper im Schwerefeld zu verschieben ist eine der Gewichtskraft entgegengesetzte Kraft nötig

$$\vec{F} = -\vec{G} = -m\vec{g} \Rightarrow \; F_z = mg\,, \; F_x = F_y = 0$$

$$\Rightarrow \quad W^F = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{z_1}^{z_2} F_z \, dz = mg\,(z_2 - z_1)$$



- Geleistete Arbeit positiv, wenn $z_2 > z_1$

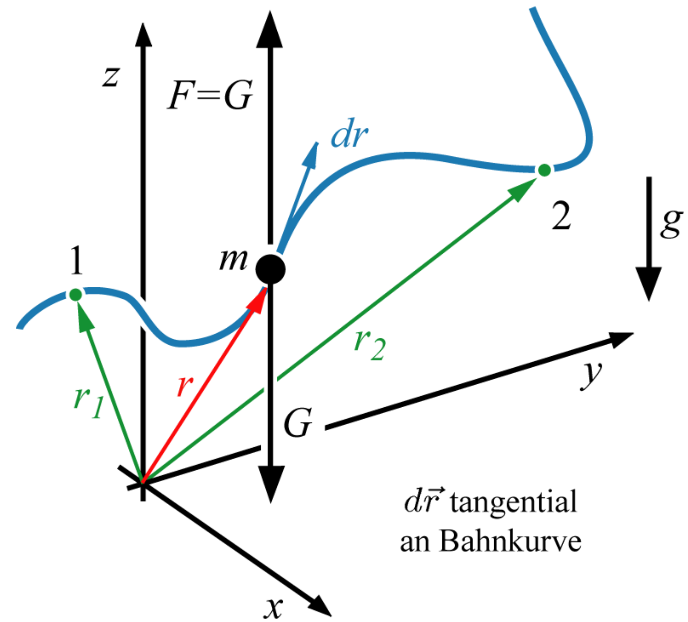
Potentielle Energie

Institut für Technische Verbrennung

- Definition der potentiellen Energie

$$\boxed{E_{pot} = m\,g\,z}$$

- Arbeit der Kraft verknüpft mit Änderung der potentiellen Energie:



$$\underbrace{W^F = \int_{z_1}^{z_2} F_z\,dz}_{\text{Arbeit}} = mg\,(z_2 - z_1) = \underbrace{E_{pot_2} - E_{pot_1}}_{\text{Änderung der potentiellen Energie}}$$

Beispiel: Pendelversuch von Galilei

Institut für Technische Verbrennung

Zustand 0: $\quad z = z_0, \quad c_0 = 0$

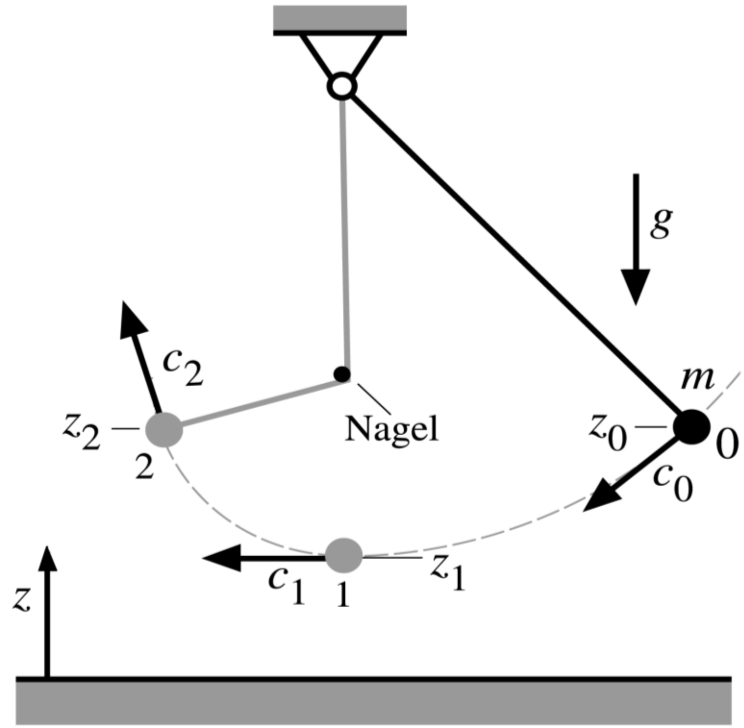
Zustand 1: $\quad z = z_1, \quad c_1 = ?$

- Fadenkraft leistet keine Arbeit am System, da sie stets senkrecht auf der Bahnkurve steht

$\Rightarrow$ Energieerhaltung:

$$0 + mg\,z_0 = \frac{1}{2}\,mc_1^2 + m\,g\,z_1$$

$$\Rightarrow\ c_1 = \sqrt{2g\,(z_0 - z_1)}$$

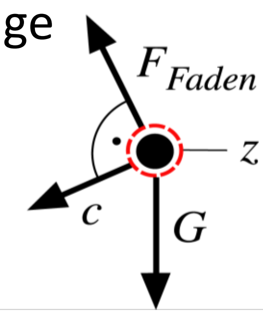


Zustand 2: $\quad c_2 = 0\,,\ z_2 = ?$

$$0 + mg\,z_0 = 0 + mg\,z_2$$

$$\Rightarrow\ z_2 = z_0$$

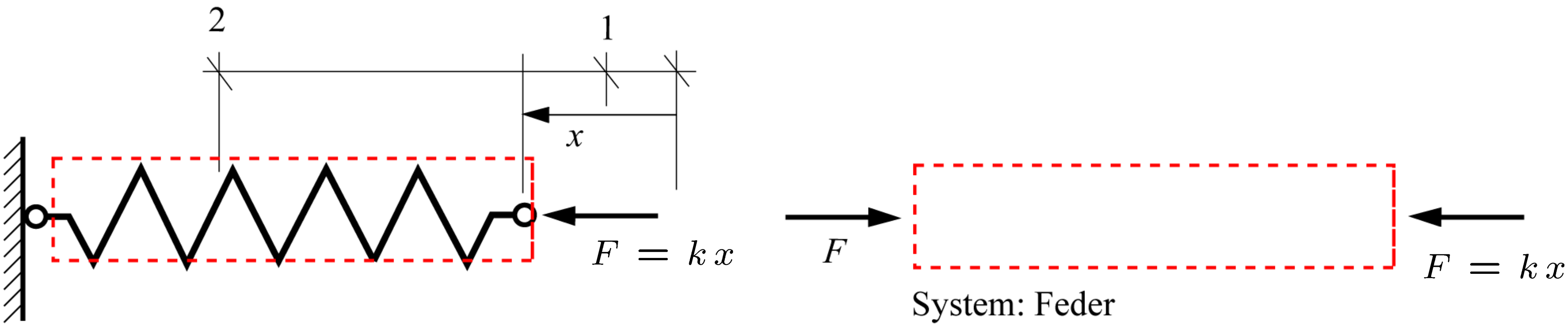
Freischnitt des Systems in allgemeiner Lage



Eine Kenntnis der Zwischenzustände ist nicht nötig!

Arbeit und Federenergie

- Arbeit zur Veränderung der Länge der Feder (Annahme: ideal elastisch)
- Federkraft*: F = kx* mit Federkonstante k)

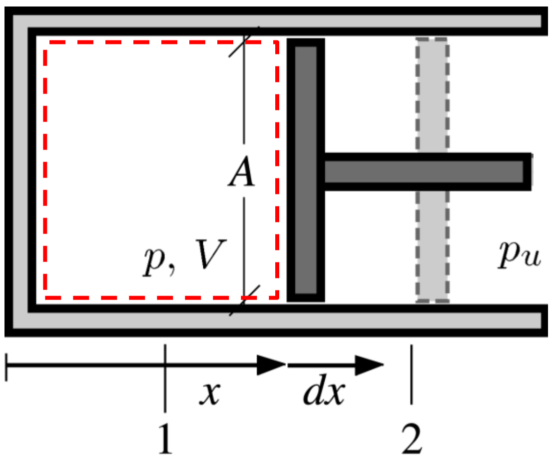


- Arbeit der Kraft verknüpft mit Änderung der Federenergie

$$\underbrace{W = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}}_{\text{Arbeit}} = \int_{x_1}^{x_2} F_x \, dx = \underbrace{\frac{1}{2} k \, (x_2^2 - x_1^2)}_{\text{Änderung der Federenergie}}$$

Volumenänderungsarbeit (Verschiebearbeit)

- Betrachtet wird exemplarisch ein System aus Zylinder und Kolben mit Kolbenverschiebung

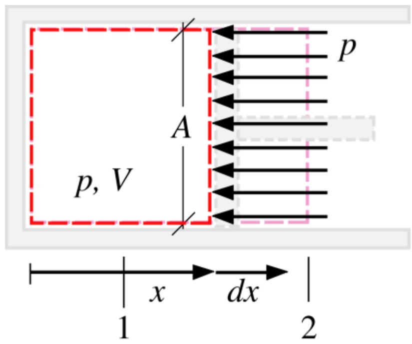


- Bei quasistatischer, reversibler Zustandsänderung durchläuft System eine Reihe von Gleichgewichtszuständen
  - Träge Masse des Kolbens spielt dann keine Rolle
- Vom Kolben am System geleistete Arbeit ist

$$W_{12} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\,\vec{r} = -\int_1^2 F\,dx.$$

- Kraft des Kolbens auf das System

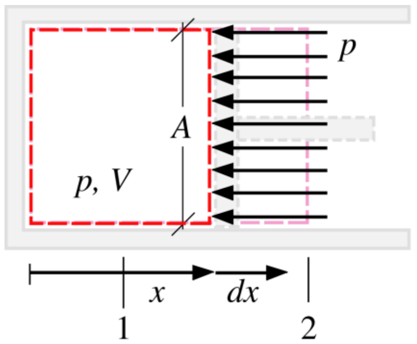
$$F = pA$$



Volumenänderungsarbeit und Nutzarbeit

- Es folgt

$$W_{12} = -\int_1^2 pA\,dx = -\int_1^2 p\,dV$$

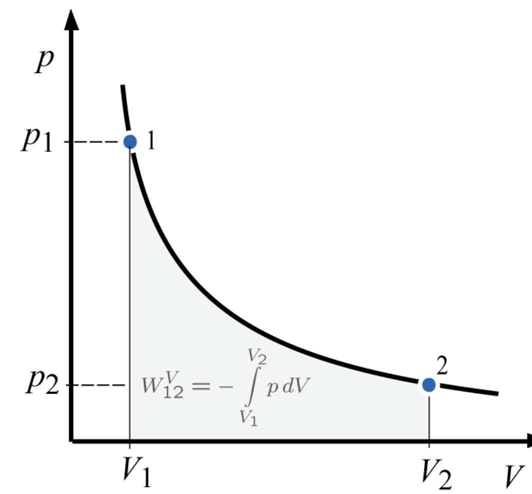


- Volumenänderungsarbeit des im Zylinder eingeschlossenen Gases:

$$\boxed{W_{12}^V = -\int_1^2 p\,dV}$$

oder da im geschlossenen System *m=const*:

$$\boxed{w_{12}^V = -\int_1^2 p\,dv}$$



- Volumenänderungsarbeit ist Fläche im *p,v*-Diagramm
- Volumenänderungsarbeit wird bei Volumenvergrößerung von diesem an die Umgebung abgegeben

$$dV > 0 \quad \Rightarrow \quad dW < 0$$

Volumenänderungsarbeit

- Volumenänderungsarbeit führt zu einer Änderung welcher Energieform?

  → Innere Energie!

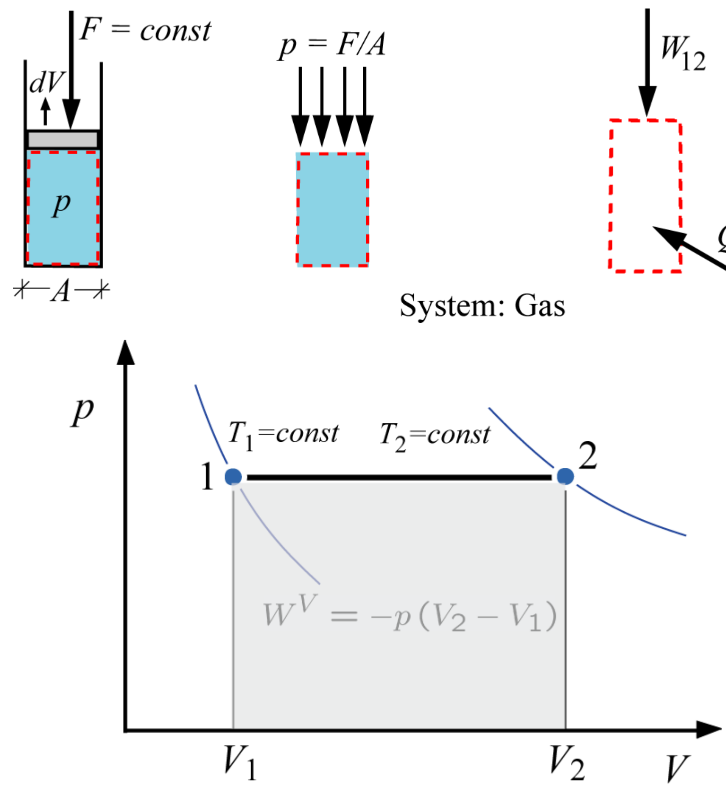
- Sonderfälle
  - Isobar (nebenstehendes Beispiel)

$$W_{12}^{V} = -p\,(V_2 - V_1)$$

  - Isochor

$$W_{12}^{V} = -\int_{V_1}^{V_2} p\,dV = 0$$

Isobare Expansion



Volumenänderungsarbeit als reversible Arbeit

Institut für Technische Verbrennung

- Definition der Volumenänderungsarbeit zeigt, dass diese sich durch Umkehrung der Kolbenbewegung vollständig zurückgewinnen lässt
  - Umkehrbarkeit des Kompressionsprozesses für das System „Gas“ setzt voraus, dass keine Verwirbelung durch innere Reibung im Gas auftritt
  - Kolbenbewegung muss dazu sehr langsam, eigentlich unendlich langsam erfolgen
  - Es besteht zu jedem Zeitpunkt mechanisches Gleichgewicht

- Umkehrbare Vorgänge werden als verlustlos oder reversibel bezeichnet
- Volumenänderungsarbeit ist also reversible Arbeit!

Bemerkung: Der Verluste durch Reibung zwischen Kolben und Wand spielt für das System „Gas“ keine Rolle. Der Kolben gehört ja gar nicht zum System! Erst bei der Betrachtung der Nutzarbeit am System „Kolben“ macht diese Reibung ihren Einfluss geltend und verringert die erzielbare Nutzarbeit.

Der Terminus „reibungsfreier Kolben“ meint oft lax die Vernachlässigung aller Verluste.

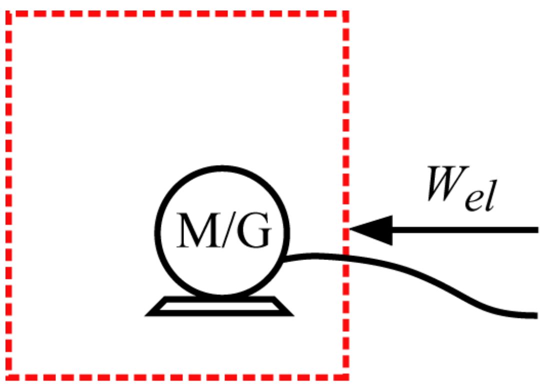
Elektrische Arbeit

- Zufuhr elektrischer Energie über Systemgrenze

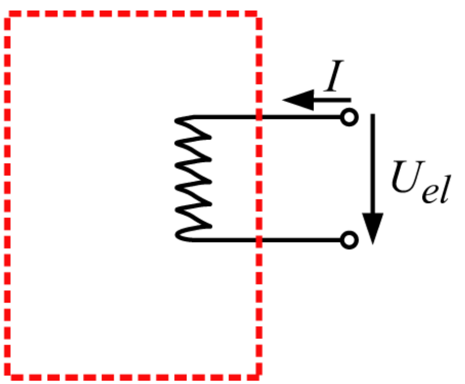
$$W_{el,12} = \int_1^2 U_{el}\, I\, dt$$

- Beispiele
  - Motor *M* innerhalb des Systems → $W_{el} > 0$
  - Generator *G* innerhalb des Systems → $W_{el} < 0$
  - Elektrische Heizarbeit → $W_{el} > 0$

Motor/Generator

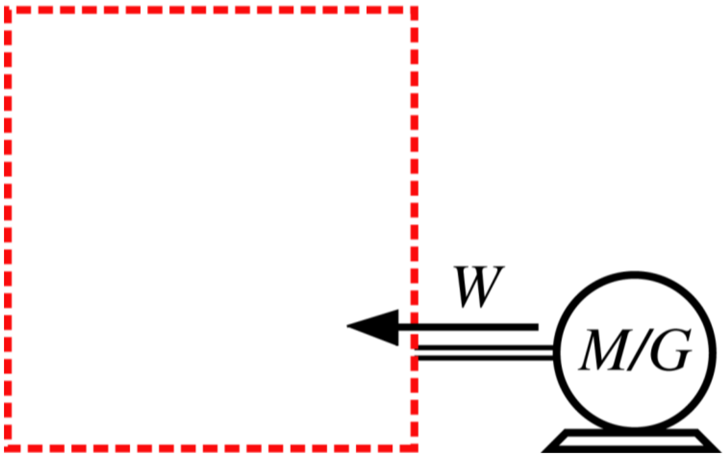


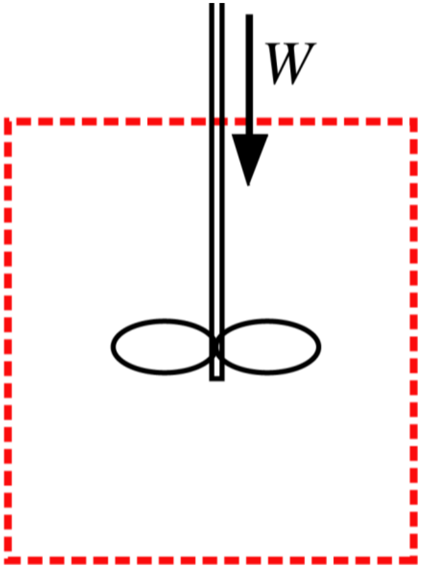
Elektrische Heizung



Wellenarbeit

- Mechanische Arbeit durch eine über die Systemgrenze ragende Welle
- Welle, angetrieben von einem außerhalb des Systems stehenden Motor *M*
  speist Arbeit ins System → $W > 0$
- Welle, die einen Generator *G* außerhalb des Systems antreibt,
  leitet Arbeit aus dem System → $W < 0$
- Welle eines Rührwerks überträgt von außen
  Arbeit in das System → $W > 0$





Kapitel 3, Teil 1: Übersicht

3.2.2 Wärmeströme

- Wärme ist Energiestrom über Systemgrenze
- Wärme ist keine Zustandsfunktion
- Wärmestrom $\dot{Q}$, $[\dot{Q}] =$ J/s , 1 J = 1 Nm
- Ein System heißt wärmedicht oder adiabat, wenn keine Wärmeströme über die Systemgrenzen treten!
- Wärmeströme durch
  1. Wärmeleitung
  2. Konvektion
  3. Strahlung

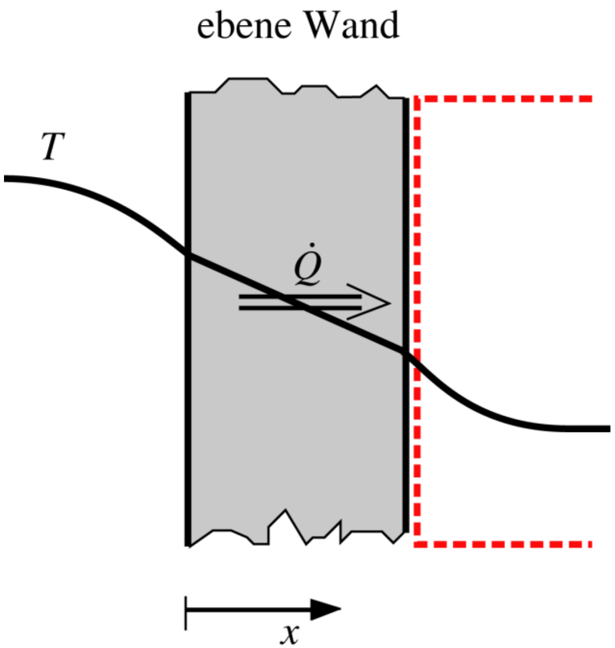
Wärmestrom bei Wärmeleitung

1. Wärmeleitung
   - z. B. Wärmestrom durch ebenen Wand
   - Beschrieben durch Fouriersches Gesetz

$$\frac{\dot{Q}}{A} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$$

mit Wärmeleitfähigkeit: λ, $[\lambda]$ = J/(msK)

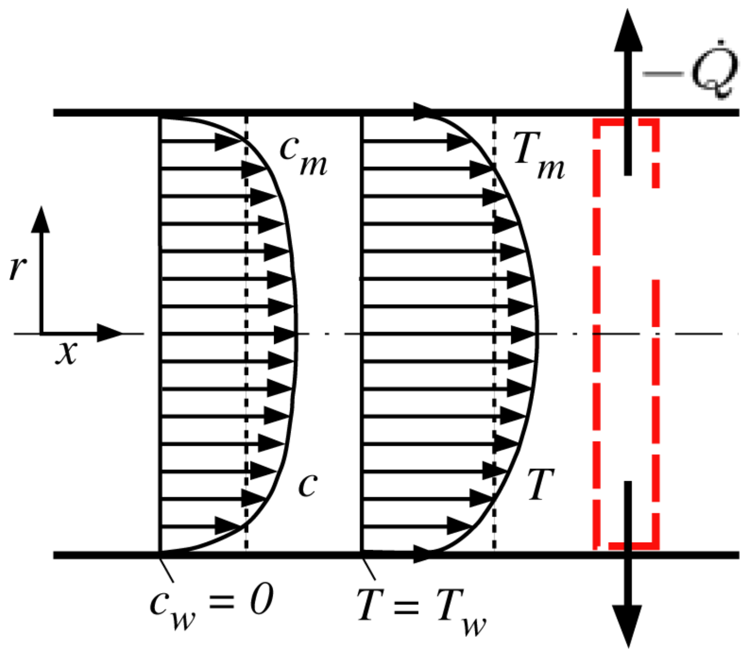
   - Fourier Gesetz zeigt
     - Wärmestrom setzt Temperaturdifferenz voraus
     - Wärmestrom immer von warm nach kalt



Wärmestrom bei Konvektion

2. Konvektive Wärmeübertragung $\dot{Q} = -\alpha\, A\, (T_m - T_w)$

   - Wärmeübergangskoeffizient α, $[\alpha]$ = J/(m^{2}sK)



   - Temperaturprofil *T(r)* wird durch die mittlere Temperatur T_m ersetzt
   - α wird empirisch für verschiedene Strömungen bestimmt

Wärmestrom durch Wärmestrahlung

Institut für Technische Verbrennung

3. Wärmeübergang durch Strahlung

- Körper strahlen mit einer Intensität proportional T^4
- Zwischen zwei Körpern der Fläche A und verschiedenen Temperaturen $T_1 > T_2$ kommt es damit zu einem Netto-Wärmestrom von 1 nach 2

$$\frac{\dot{Q}}{A} = -\sigma(T_1^4 - T_2^4)$$

- Konstante heißt Stefan-Boltzmann-Konstante

$$\sigma = \frac{2\pi^5}{15}\frac{k^4}{c_0^2\, h^3} = 5,6703 \cdot 10^8\ \mathrm{W/(m^2\, K^4)}$$

Wärmetransport und Irreversibilität

- Prozesse der Wärmeübertragung haben eindeutige Richtung

→ Wärme fließt stets vom heißeren zum kälteren Körper!

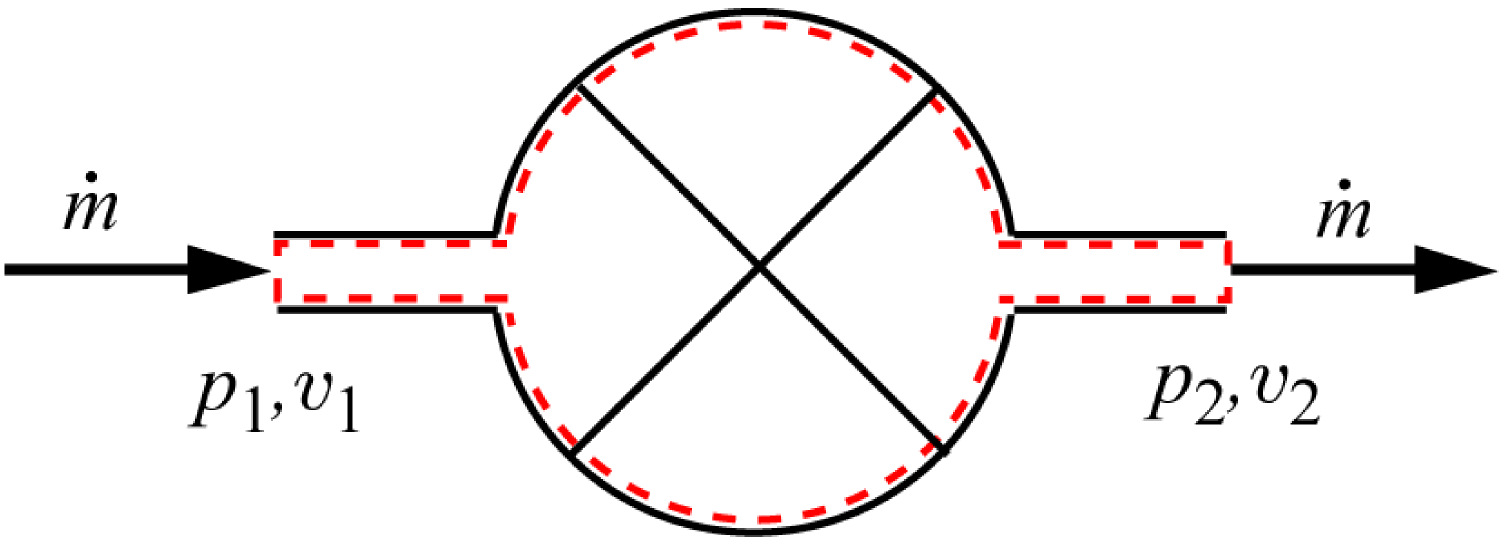
- Die dargestellten Prozesse der Wärmeleitung, Konvektion und Strahlung sind also nicht umkehrbar

- Diese sind daher irreversibel!

Kapitel 3, Teil 1: Übersicht

3.2.3 Energietransfer durch Massenfluss

Beispiel: Stationär durchströmte, adiabate Drossel
(Siehe Beispiel Feuerlöscher)



Wie groß ist die mit dem Massenstrom transportierte Energie?

Betrachte Einlass in zwei Schritten

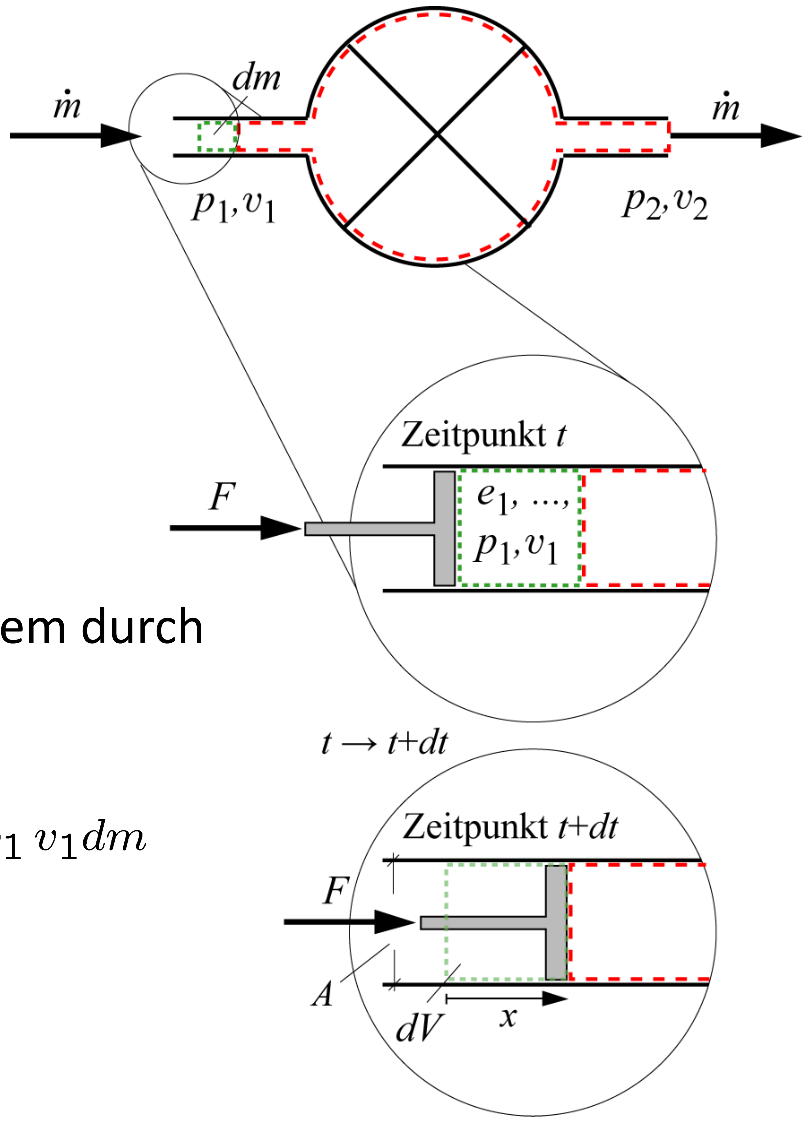
Institut für Technische Verbrennung

1. Vergrößern des Systems um Massenelement *dm* mit dem Zustand 1:

$$dE^m = U_1 + E_{kin,1} + E_{pot,1}$$
$$= e_1\, dm$$
$$= (u_1 + e_{kin,1} + e_{pot,1})\, dm$$

2. Verschieben von *dm* am geschlossenen System durch gedachten Kolben → Volumenänderung

$$dW^V = F\, dx = +p_1\, A\, dx = -p_1\, dV = p_1\, v_1 dm$$

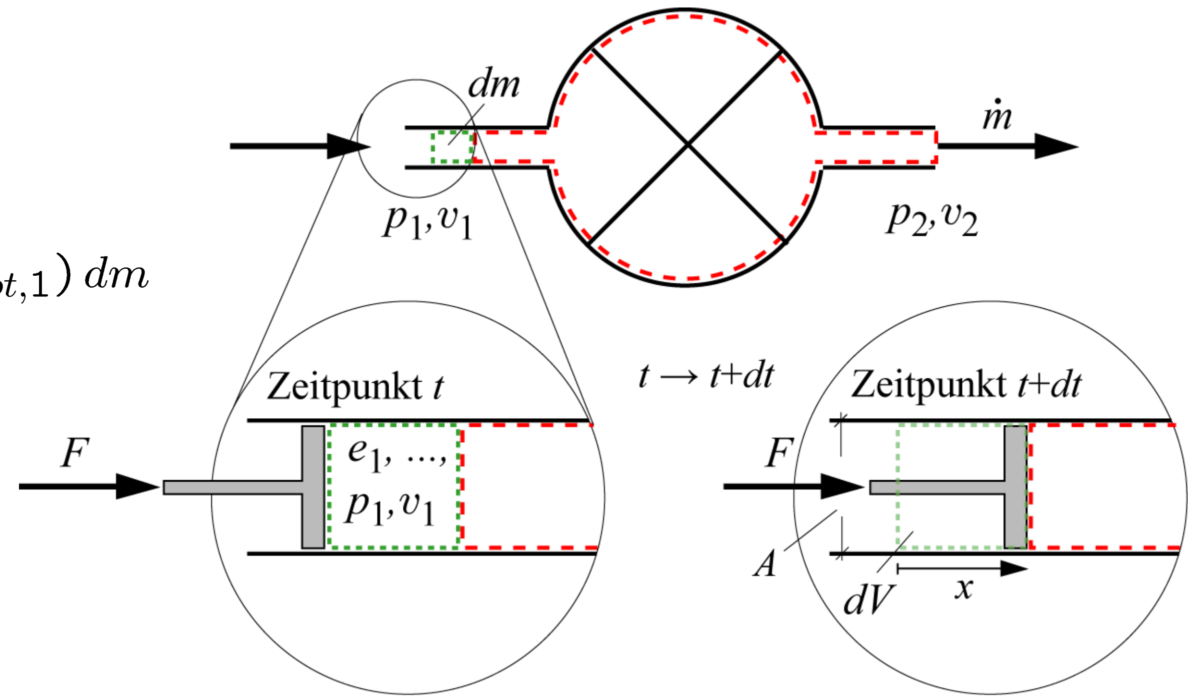


Für das System gilt insgesamt:

$$dE = dE^m + dW^V$$

Für das System gilt insgesamt:

$$dE = dE^m + dW^V$$
$$= (e_1 + p_1\,v_1)\,dm$$
$$= (u_1 + p_1\,v_1 + e_{kin,1} + e_{pot,1})\,dm$$
$$= (h_1 + e_{kin,1} + e_{pot,1})\,dm$$



mit Definition der Enthalpie

$h = u + pv$

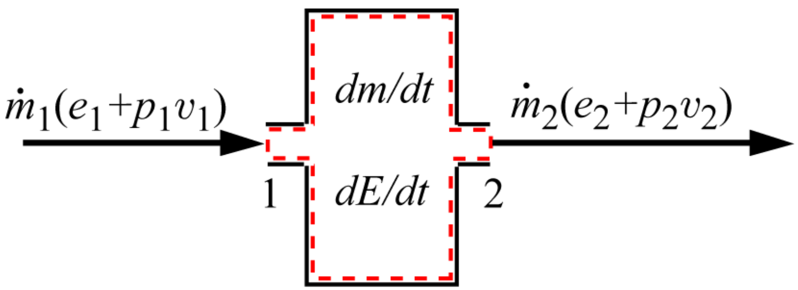
Ergebnis

•Beim Einströmen einer Masse *dm* werden Enthalpie *H=h dm* und mitgeführte kinetische und potentielle Energien in Bilanzraum eingebracht

•Enthalpie enthält Energie der eingebrachte Masse + Strömungsarbeit!

Übergang vom geschlossenen System zum offenen Kontrollraum

- Beim Energiestrom mit Masse muss Strömungsarbeit sowohl bei Zuströmung als auch bei Abströmung berücksichtigt werden



- Für den Energietransfer durch Massenflüsse am durchströmten System gilt

$$\frac{dE}{dt} = \dot{m}_1\left(e_1 + p_1 v_1\right) - \dot{m}_2\left(e_2 + p_2 v_2\right)$$

$$= \dot{m}_1\, h_1 - \dot{m}_2\, h_2 + \dot{m}_1\left(e_{kin,1} + e_{pot,1}\right) - \dot{m}_2\left(e_{kin,2} + e_{pot,2}\right)$$

- Sind ein- und austretende Massenflüsse gleich groß, ergibt sich

$$\frac{dm}{dt} = 0\,,\ \dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m} \quad \Rightarrow \quad \frac{dE}{dt} = \dot{m}\left(h_1 - h_2\right) + \dot{m}\,\Delta e_{kin} + \dot{m}\,\Delta e_{pot}$$

Enthalpie *H*

- Summe aus innerer Energie *U* und Strömungsarbeit *pV* wird als neue Größe definiert

$$H = U + p\,V$$

- Molare und spezifischen Enthalpie $h_m = u_m + p\,v_m\,,\ h = u + p\,v$

- Enthalpie ist Zustandsgröße

$$h = h(T, p)$$

- Enthalpie besitzt ein vollständiges Differential

$$dh = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T dp$$

Spezialfall: Ideales Gas

- Aus $$h = u + p\,v$$

  folgt mit der thermischen Zustandsgleichung des idealen Gases $p\,v = R\,T$

  und der inneren Energie
  $$u = u(T)$$

  dass auch Enthalpie idealer Gase nur Funktion der Temperatur ist

$$\boxed{h = u + RT = h(T)}$$

Totalenthalpie

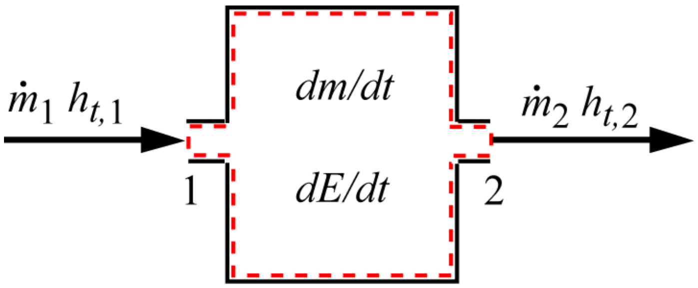
Institut für Technische Verbrennung

- Analog zur Gesamtenergie *E* wird Totalenthalpie als Summe aus Enthalpie und kinetischer und potentieller Energie eingeführt:

$$H_t = H + E_{kin} + E_{pot} = E + pV$$

- Für die molaren und spezifischen Größen gilt:

$$h_t = h + e_{kin} + e_{pot} = e + pV$$



- Entsprechend wird Energietransfer durch Massenflüsse am offenen System noch kompakter darstellbar:

$$\frac{dE}{dt} = \dot{m}_1\, h_{t,1} - \dot{m}_2\, h_{t,2}$$