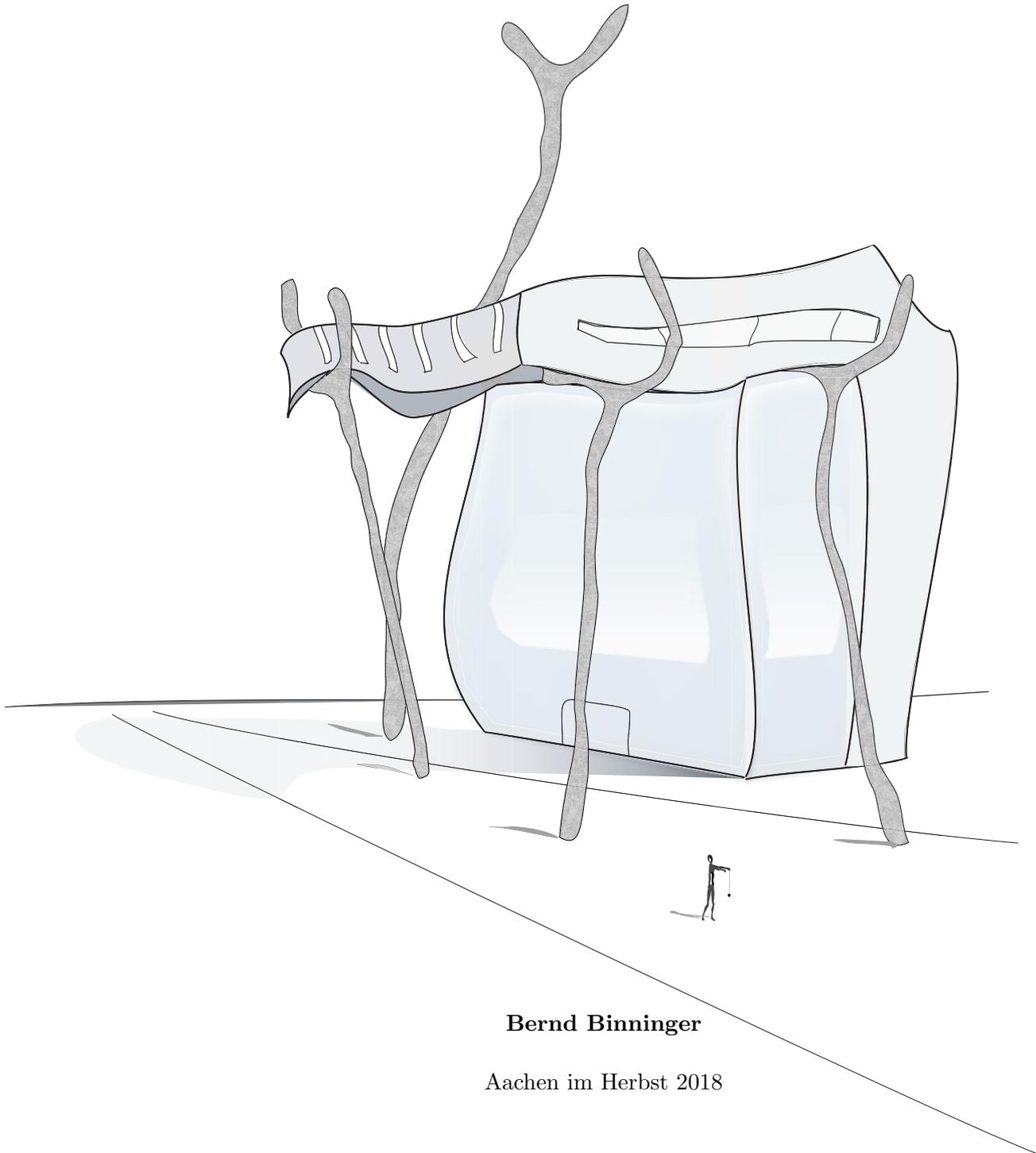


# Mechanik I

## Statik und Festigkeitslehre

Vorlesungsbegleitende Unterlagen



**Bernd Binninger**

Aachen im Herbst 2018

**Institut für Technische Verbrennung  
RWTH Aachen**



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Statik</b>	<b>1</b>
1.1	Kraft . . . . .	1
1.2	Zentrales Kräftesystem . . . . .	4
1.2.1	Zusammenfassung von zentralen Kräften . . . . .	5
1.2.2	Berechnung der Resultierenden eines zentralen Kräftesystems . . . . .	7
1.2.3	Zerlegen einer Kraft in der Ebene . . . . .	8
1.2.4	Gleichgewicht eines zentralen Kräftesystems . . . . .	11
1.2.5	Gleichgewicht von zwei Kräften . . . . .	12
1.2.6	Gleichgewicht haltende Kraft eines zentralen Kräftesystems . . . . .	13
1.3	Wechselwirkungsgesetz . . . . .	15
1.4	Schnittprinzip . . . . .	16
1.5	Aufgabenstellung und Abstraktion . . . . .	18
1.6	Nichtzentrale Kräftesysteme . . . . .	21
1.6.1	Zusammensetzen von ebenen Kräften mit verschiedenen Angriffspunkten . . . . .	21
1.6.2	Kräfte mit parallelen oder fast parallelen Wirkungslinien . . . . .	23
1.6.3	Gleichgewicht von drei Kräften in der Ebene: Dreikräfteatz . . . . .	24
1.6.4	Gleichgewicht von vier Kräften in der Ebene . . . . .	30
1.7	Räumliches Kräftesystem . . . . .	34
1.7.1	Moment einer Kraft bezüglich eines Punktes . . . . .	34
1.7.2	Das Kräftepaar . . . . .	36
1.7.3	Parallelverschieben einer Kraft . . . . .	37
1.7.4	Zusammenfassen von Momenten von Einzelkräften . . . . .	39
1.7.5	Zusammenfassen von Kräften und Momenten . . . . .	41
1.8	Gleichgewicht des starren Körpers . . . . .	42
1.8.0.1	Gleichgewichtsbedingungen für starre Körper . . . . .	42
1.8.0.2	Lineare Abhängigkeit von Bilanzgleichungen . . . . .	45
1.9	Ebene Lagerungen . . . . .	46
1.10	Statische Bestimmtheit von ebenen Lagerungen . . . . .	48
1.11	Lagerungen im dreidimensionalen Raum . . . . .	49
1.12	Kräftemittelpunkt und Schwerpunkt . . . . .	51
1.12.1	Definition des Kräftemittelpunktes . . . . .	51
1.12.2	Berechnung des Schwerpunktes . . . . .	53
1.13	Reibung . . . . .	58
1.13.1	Haftreibung und Gleitreibung . . . . .	58
1.13.2	Selbsthemmung . . . . .	63
1.13.2.1	Selbsthemmung am Keil . . . . .	63
1.13.3	Seilreibung . . . . .	67
1.14	Schnittlasten . . . . .	71
1.14.1	Schnittlasten in ebenen Balken . . . . .	72
1.14.2	Verallgemeinerung für beliebig verteilte Lasten auf ebenen Balken . . . . .	78
1.14.3	Schnittlasten in ebenen Rahmen . . . . .	82
1.14.4	Schnittlasten in Wellen . . . . .	83
1.15	Arbeit . . . . .	85
1.15.1	Arbeit von Kräften . . . . .	85
1.15.2	Arbeit von Momenten . . . . .	90
1.15.3	Arbeit der an einem starren Körper angreifenden Kräfte und Momente . . . . .	91
1.15.4	Prinzip der virtuellen Arbeit . . . . .	92
1.15.5	Gleichgewichtslage und Stabilität . . . . .	97

<b>2</b>	<b>Festigkeitslehre</b>	<b>101</b>
2.1	Spannungsvektor	103
2.1.1	Einachsiger Spannungszustand	104
2.1.2	Ebener Spannungszustand	107
2.1.2.1	Anwendung des Mohrschen Spannungskreises	110
2.1.3	Hauptspannungen und Hauptspannungsrichtungen	112
2.1.4	Räumlicher Spannungszustand	115
2.1.5	Gleichgewichtsbedingungen am Freischnitt, falls am Volumenelement äußere Kräfte angreifen	116
2.2	Deformationzustand und Spannungs-Dehnungs-Beziehung	119
2.2.1	Einachsiger Spannungszustand: Dehnung und Querkontraktion	119
2.2.1.1	Dehnung	119
2.2.1.2	Querkontraktion	121
2.2.2	Reiner Schub und Scherung	122
2.2.3	Linearisierung und Superpositionsprinzip	123
2.2.4	Räumlicher Deformationszustand	124
2.2.5	Beziehung zwischen Elastizitäts-, Schubmodul und Querkontraktionszahl	126
2.2.6	Verschiebung	128
2.2.7	Zusammenhang von Dehnung und Verschiebung eines räumlichen Elementes	128
2.2.8	Die Navierschen Gleichungen für Gleichgewicht	130
2.2.9	Volumenänderung	131
2.2.10	Gerader Stab	131
2.3	Wärmedehnung	137
2.4	Verbundwerkstoffe	139
2.5	Piezoelektrizität	141
2.6	Fachwerke	142
2.6.1	Statisch bestimmtes Fachwerk	142
2.6.2	Statisch unbestimmtes Fachwerk	147
2.6.3	Ausnahmefachwerk	151
2.7	Flächentragwerke	154
2.7.1	Gleichförmig belastete Scheibe	154
2.7.2	Rohr unter Überdruck und zylindrischer Kessel	155
2.8	Balkenbiegung	160
2.8.1	Spannungs-, Dehnungsverteilung und Krümmungsradius	160
2.8.2	Differentialgleichung der elastischen Linie	163
2.8.3	Flächenträgheitsmomente einfacher und zusammengesetzter Querschnittsflächen	164
2.8.4	Berechnung von Biegelinien	167
2.8.5	Übertragung bereits bekannter Ergebnisse auf andere Fragestellungen	170
2.8.6	Kombinierte Probleme mit Balken und Stäben	171
<b>A</b>	<b>Anhang: Vektoren, Vektorrechnung, Vektoranalysis</b>	<b>i</b>
A.1	Symbolische und grafische Darstellung von Vektoren	i
A.2	Darstellung von Vektoren in kartesischen Koordinatensystemen	iii
A.3	Addition von Vektoren	v
A.4	Subtraktion von Vektoren	vi
A.5	Produkte von Vektoren	vii
A.5.1	Skalares oder inneres Produkt von Vektoren	vii
A.5.2	Vektor-, Kreuz- oder äußeres Produkt dreidimensionaler Vektoren	viii
A.5.3	Spatprodukt	ix
A.5.4	Dyadisches oder tensorielles Produkt	ix
A.5.5	Indexschreibweise und Tensorkalkül in kartesischen Koordinaten	x
A.6	Analysis und Vektoranalysis	xv

A.6.1	Partielle Ableitung . . . . .	xv
A.6.2	Der Gradient . . . . .	xvi
A.6.3	Die Divergenz . . . . .	xviii
A.6.4	Die Rotation . . . . .	xix
A.6.5	Vollständiges, exaktes oder totales Differential . . . . .	xxi

**B Literaturempfehlungen** **xxii**

B.1	Statik . . . . .	xxii
B.2	Festigkeitslehre . . . . .	xxii
B.3	Dynamik . . . . .	xxii