

### Aufgabe 1 H13

A) Das Landau-Potential  $\Omega$  ist durch folgende Vorschrift definiert:  $\Omega = A - \mu n$   
 Darin sind  $A$  die Freie Energie,  $\mu$  das Chemische Potential und  $n$  die Teilchenzahl des Systems.

Ges.:

- a) Zeigen Sie, dass für das vollständige Differential des Landau-Potentials folgende Beziehung gilt:

$$d\Omega = -p dV - S dT - n d\mu$$

- b) Beweisen Sie mittels der Eulerbeziehung  $U = TS - pV + \mu n$  den allgemein gültigen Zusammenhang:

$$\Omega = -pV$$

- c) Leiten Sie die drei Maxwell-Relationen für das Landau-Potential her!  
 d) Beweisen Sie die Gültigkeit der Eulerbeziehung

$$U = TS - pV + \mu n!$$

Hinweis: Nutzen Sie dazu die Homogenität der Inneren Energie.

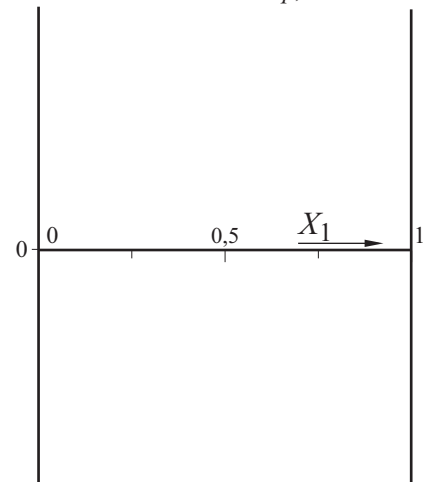
B) Die molare Freie Enthalpie einer binären Mischung mit Molenbrüchen  $X_1$  und  $X_2 = 1 - X_1$  kann allgemein durch

$$g_m = \mu_1^* X_1 + \mu_2^* X_2 + \Delta h_m - T \Delta s_m = \mu_1^* X_1 + \mu_2^* X_2 + \Delta g_m \quad (*) \quad p, T = \text{const}$$

angegeben werden. Darin sind die  $\mu_1^*$  und  $\mu_2^*$  die Chemischen Potentiale der reinen Komponenten (Index \*) und  $\Delta h_m$  und  $\Delta s_m$  molare Enthalpie bzw. molare Entropie der Mischung.

Geg.:  $\mu_1^*, \mu_2^*$

- a) Geben Sie die molare Mischungsenthalpie  $\Delta h_m = \Delta h_m^{\text{id}}$  und die molare Mischungsentropie  $\Delta s_m = \Delta s_m^{\text{id}}$  im Falle einer idealen Mischung an und bestimmen Sie damit  $\Delta g_m^{\text{id}}$ ! Skizzieren Sie den Verlauf von  $\Delta g_m^{\text{id}}(p, T, X_1)$  im beiliegenden Diagramm!  
 b) Bestimmen Sie die Chemischen Potentiale  $\mu_1$  und  $\mu_2$  der Komponenten 1 und 2 in der idealen Mischung!



In realen Mischungen tritt eine zusätzliche freie Mischungsenthalpie  $\Delta g_m^{\text{ex}}$  auf, die natürlich für reine Komponenten verschwindet, weshalb als einfachster Ansatz

$$\Delta g_m^{\text{ex}} = A X_1 X_2$$

eingeführt werden kann, wobei der Parameter  $A$  nicht von den Stoffmengen abhängen soll.

- c) Wie groß ist mit diesem Ansatz  $\Delta g_m$  in Gl. (\*)?  
 d) Skizzieren Sie  $\Delta g_m^{\text{ex}}(p, T, X_1)$  und das dazugehörige  $\Delta g_m(p, T, X_1)$  sorgfältig im beiliegenden Diagramm!  
 e) Bestimmen Sie die Chemischen Potentiale  $\mu_1$  und  $\mu_2$  der Komponenten 1 und 2 in der Mischung für den genannten Modellansatz!  
 f) Welche notwendige Bedingung ist an den Parameter  $A$  zu stellen, damit eine Mischungslücke modelliert werden kann?