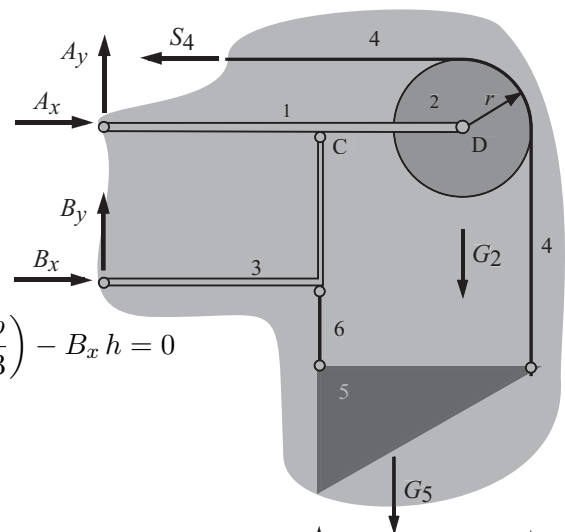


# Musterlösung Mechanik I F15

## Aufgabe S1 F15

Aa) Freischnitte Scheibe, Gesamtsystem und Balken 3:

- (1)  $\sum M_{(I)} = 0 \quad S_4 b - G_5 \frac{b}{3} = 0 \Rightarrow S_4 = \frac{1}{3} G_5$
- (2)  $\sum M_{(II)} = 0 \quad S_6 b - G_5 \frac{2b}{3} = 0 \Rightarrow S_6 = \frac{2}{3} G_5$
- (3)  $\sum M_{(A)} = 0 \quad -S_4 r + G_2 (a + b - r) + G_5 \left( a + \frac{b}{3} \right) - B_x h = 0$   
 $\Rightarrow B_x$
- (4)  $\sum F_x = 0 \quad A_x + B_x - S_4 = 0 \Rightarrow A_x$
- (5)  $\sum M_{(C)} = 0 \quad B_y a + B_x h = 0 \Rightarrow B_y$
- (6)  $\sum F_y = 0 \quad A_y + B_y - G_2 - G_5 = 0 \Rightarrow A_y$



Sechs Gleichungen für sechs Unbekannte:  $A_x, B_x, A_y, B_y, S_4, S_6$

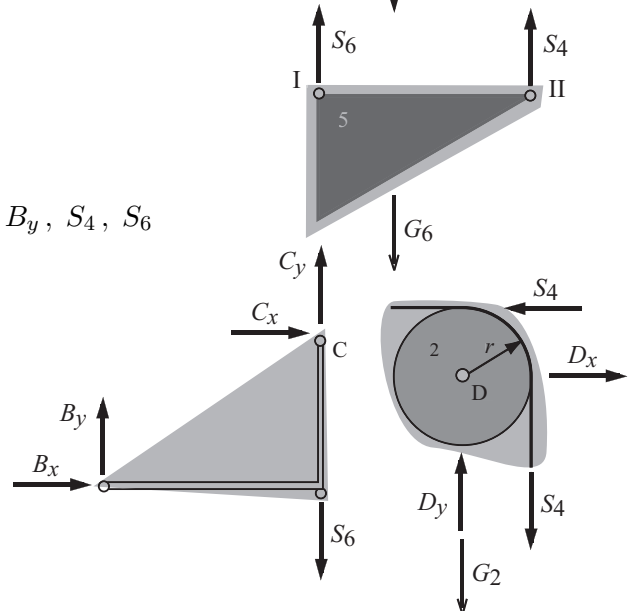
Ab) Freischnitt Balken 3:

- (7)  $\sum F_x = 0 \quad C_x + B_x = 0$
- (8)  $\sum F_y = 0 \quad C_y + B_y - S_6 = 0$

Weitere zwei Gleichungen für Unbekannte:  $C_x, C_y$

Freischnitt Rolle:

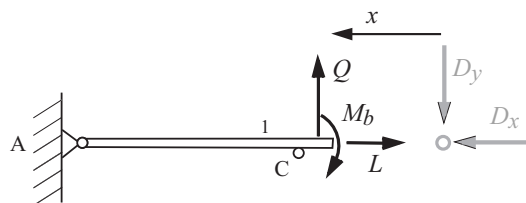
- (9)  $\sum F_x = 0 \quad D_x - S_4 = 0$
- (10)  $\sum F_y = 0 \quad D_y - S_4 - G_2 = 0$



Weitere zwei Gleichungen für Unbekannte:  $D_x, D_y$

Ac) Schnittreaktionen für  $0 \leq x \leq d$ :

- $$\sum F_x = 0: L(x) = -D_x$$
- $$\sum F_y = 0: Q(x) = -D_y$$
- $$\sum M = 0: M_b(x) = D_y x$$



B)

$$\sum M = 0: M_{b_{p_1}}(x) = -p_1 x \frac{x}{2} \quad \text{mit} \quad p_1 = \frac{G_1}{a + b - r}$$



### Aufgabe F1 F15

a) Verformungsaussage:  $c_1 + \Delta c_1 + c_2 + \Delta c_2 = c \Rightarrow \Delta c_1 + \Delta c_2 = c - (c_1 + c_2) = -\Delta c \quad (*)$

Wärmeausdehnung:  $\Delta c_1 = c_1 \alpha_1 \Delta T, \quad \Delta c_2 = c_2 \alpha_2 \Delta T$

$$\Rightarrow \Delta T = \frac{-\Delta c}{c_1 \alpha_1 + c_2 \alpha_2} \quad (< 0)$$

b) Nebenbedingungen:

$$\sigma_{1,x} = \sigma_{1,y} = \sigma_{2,x} = \sigma_{2,y} = 0, \quad \sigma_{1,z} = \sigma_{2,z} \stackrel{!}{=} \sigma_z$$

Hookesches Gesetz:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1,x} &= \frac{1}{E_1} (\sigma_x - \nu_1 (\sigma_y + \sigma_z)) = -\frac{\nu_1}{E_1} \sigma_z \\ \varepsilon_{1,y} &= \frac{1}{E_1} (\sigma_y - \nu_1 (\sigma_z + \sigma_x)) = -\frac{\nu_1}{E_1} \sigma_z = \varepsilon_{1,x} \\ \varepsilon_{1,z} &= \frac{1}{E_1} (\sigma_z - \nu_1 (\sigma_x + \sigma_y)) = -\frac{1}{E_1} \sigma_z = \frac{\Delta c_1}{c_1} \end{aligned}$$

Analog für Quader 2:  $\varepsilon_{2,x} = \varepsilon_{2,y} = -\frac{\nu_2}{E_2} \sigma_z, \quad \varepsilon_{2,z} = -\frac{1}{E_2} \sigma_z = \frac{\Delta c_2}{c_2}$

Aus

$$\left. \begin{aligned} \Delta c_1 &= \sigma_z \frac{c_1}{E_1} \\ \Delta c_2 &= \sigma_z \frac{c_2}{E_2} \end{aligned} \right\} \text{folgt mit Gl. (*)} \quad \sigma_z = -\frac{\Delta c}{c_1/E_1 + c_2/E_2} \quad (< 0)$$

c)

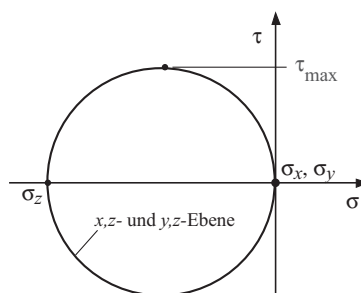
$$\begin{aligned} \varepsilon_{1,x} = -\frac{\nu_1}{E_1} \sigma_z = \frac{\Delta a_1}{a} &\Rightarrow \Delta a_1 = \frac{\nu_1}{E_1} \frac{\Delta c}{c_1/E_1 + c_2/E_2} \\ \text{analog } \varepsilon_{2,x} = -\frac{\nu_2}{E_2} \sigma_z = \frac{\Delta a_2}{a} &\Rightarrow \Delta a_2 = \frac{\nu_2}{E_2} \frac{\Delta c}{c_1/E_1 + c_2/E_2} \end{aligned}$$

mit  $\Delta a = \max(\Delta a_1, \Delta a_2)$

Analog  $\Delta b = \max(\Delta b_1, \Delta b_2)$  mit

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1,y} = -\frac{\nu_1}{E_1} \sigma_z = \frac{\Delta b_1}{b} &\Rightarrow \Delta b_1 = \frac{\nu_1}{E_1} \frac{\Delta c}{c_1/E_1 + c_2/E_2} \\ \text{analog } \varepsilon_{2,y} = -\frac{\nu_2}{E_2} \sigma_z = \frac{\Delta b_2}{b} &\Rightarrow \Delta b_2 = \frac{\nu_2}{E_2} \frac{\Delta c}{c_1/E_1 + c_2/E_2} \end{aligned}$$

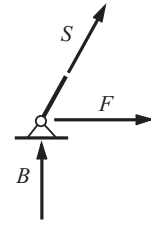
Abgelesen:  $T_{\max} = \frac{-\sigma_z}{2}$  und  $\varphi(\tau_{\max}) = \frac{\pi}{4}$



## Aufgabe F2 F15

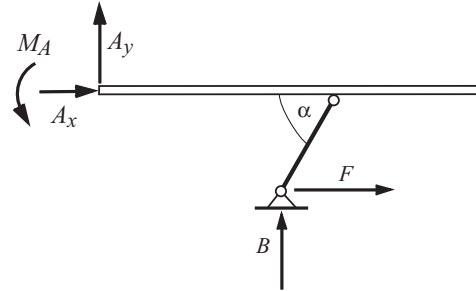
a) Freischnitt Lager bei B:

$$\sum F_x = 0 \quad S \cos \alpha + F = 0 \quad \Rightarrow \quad S = -\frac{F}{\cos \alpha} (< 0 \checkmark)$$



b) Am Freischnitt Lager B:

$$\sum F_y = 0 \quad S \sin \alpha + B = 0 \quad \Rightarrow \quad B = -S \sin \alpha (> 0 \checkmark)$$



Freischnitt Gesamtsystem:

$$\sum F_x = 0 \quad A_x + F = 0 \quad \Rightarrow \quad A_x = -F$$

$$\sum M_{(A)} = 0 \quad M_A + B \left(a - \frac{h}{\tan \alpha}\right) + F h = 0 \quad \Rightarrow \quad M_A = -S a \sin \alpha (< 0 \checkmark)$$

$$\sum F_y = 0 \quad A_y + B = 0 \quad \Rightarrow \quad A_y = -F \tan \alpha$$

c) Verschiebeplan des Stabes:

$$\Delta l_2 = u_C \cos \alpha + v_C \sin \alpha - u_D \cos \alpha - v_D \sin \alpha$$

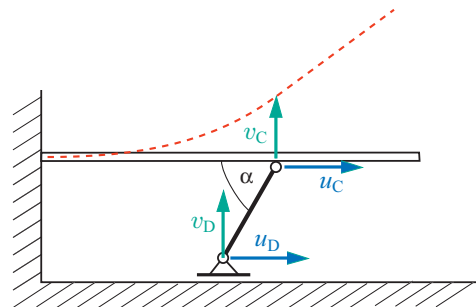
$$u_C \approx 0$$

$$v_D = 0$$

$$\Rightarrow \quad (1) \quad \Delta l_2 = v_C \sin \alpha - u_D \cos \alpha$$

Balkenbiegung:

$$(2) \quad v_C = -\frac{S \sin \alpha a^3}{3 I E} (> 0 \checkmark)$$



Hookesches Gesetz:

$$(3) \quad \Delta l_2 = \frac{S l_2}{EA} (< 0 \checkmark) \quad \text{mit} \quad l_2 = \frac{h}{\tan \alpha}$$

Drei Gleichungen für drei Unbekannte:  $\Delta l_2, v_C, u_D \quad \Rightarrow \quad u_D$