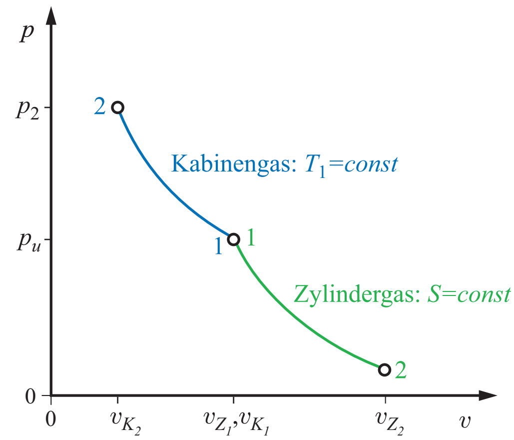
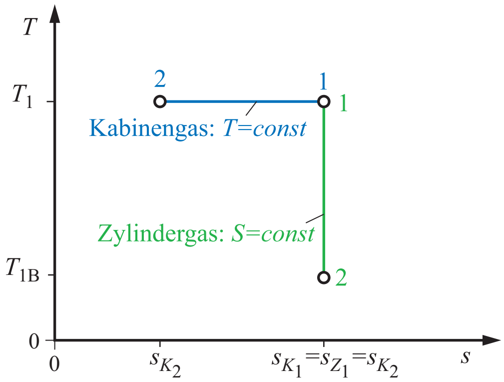
Musterlösung H13

1. Aufgabe H13 (25 Punkte)

a) siehe Diagramme





b) Volumina

Zylinder:

Isentrope Zustandsänderung bei konstanter Masse:

$$p\,V^{\kappa} \;=\; const = p_{Z_2}\,V_{Z_2}^{\kappa}$$

$$\Rightarrow \quad V_{Z_1} \;=\; V_{Z_2}\left(\frac{p_{Z_2}}{p_{Z_1}}\right)^{1/\kappa} \;=\; V_{Z_2}\left(\frac{1}{2}\right)^{1/\kappa} \quad (< V_{Z_2})$$

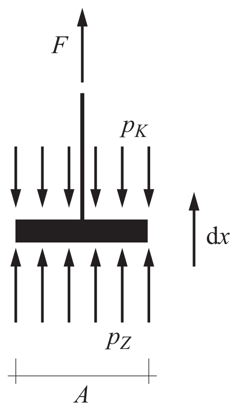
Kabine: $\quad V_{K_1} = V_K - V_{Z_1}$

c) Massen

Zylinder: $\quad m_Z \;=\; \dfrac{p_{Z_1}\,V_{Z_1}}{R\,T_{Z_1}}$

Kabine: $\quad m_K \;=\; \dfrac{p_{K_1}\,V_{K_1}}{R\,T_{K_1}} \quad$ mit $\quad V_{K_1} = V_K - V_{Z_1}$

d) Volumenänderungsarbeiten



Zylinder:

Aus Integration $W^V_{Z,12} \;=\; -\displaystyle\int_1^2 p_Z\,\mathrm{d}V_Z$ bei isentroper Zustandsänderung oder aus Energiebilanz:

$$W^V_{Z,12} \;=\; U_{Z,2} - U_{Z,1} \;=\; m_Z\,c_v\,(T_{Z_2} - T_{Z_1})$$

mit $\; T_{Z_i} \;=\; \dfrac{p_{Z_i}\,V_{Z_i}}{m_Z\,R}\;, i = 1, 2\,,\; c_v \;=\; \dfrac{1}{\kappa - 1}\,R.$

Kabine : $\quad W^V_{K,12} \;=\; -\displaystyle\int_1^2 p_K\,\mathrm{d}V_K \left(= +\int_1^2 p_K\,\mathrm{d}V_Z\right)$

Aus Integration bei isothermer Zustandsänderung: $W^V_{K,12} \;=\; -p_{K_1}\,V_{K_1}\,\ln\left(\dfrac{V_K - V_{Z_2}}{V_K - V_{Z_1}}\right).$

Arbeit an der Kolbenstange: $\quad W^N_{12} \;=\; \displaystyle\int_1^2 \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{x} \;=\; \int_1^2 F\,\mathrm{d}x \quad$ mit $\quad F = (p_K - p_Z)\,A\;(> 0)$

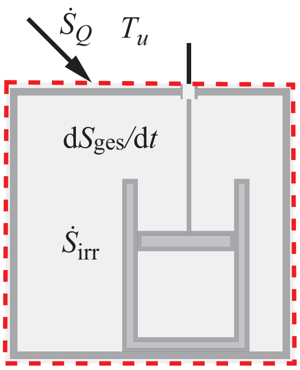
$$\Rightarrow \quad W^N_{12} \;=\; \int_1^2 p_K\,\mathrm{d}V_Z - \int_1^2 p_Z\,\mathrm{d}V_Z \;=\; +W^V_{K,12} + W^V_{Z,12}\;(> 0)$$

e) Entropieänderungen für Zustandsänderung $1 \to 2$:

$$\text{Zylinder:} \quad S_{Z_2} - S_{Z_1} = 0$$

$$\text{Kabine:} \quad S_{K_2} - S_{K_1} = m_K \left(c_v \ln\left(\frac{T_{K_2}}{T_{K_1}}\right) + R \ln\left(\frac{V_{K_2}}{V_{K_1}}\right)\right) = m_K\, R \ln\left(\frac{V_{K_2}}{V_{K_1}}\right) \quad (< 0)$$

f) Entropiebilanz für das Geamtsystem inkl. Wandungen:

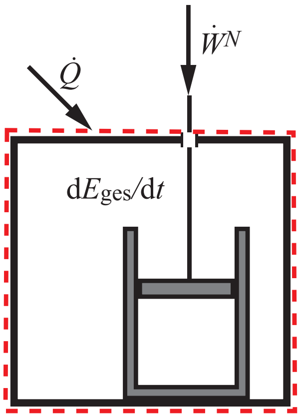


$$\frac{\mathrm{d}S_{\mathrm{ges}}}{\mathrm{d}t} = \dot{S}_Q + \dot{S}_{\mathrm{irr}}\,, \qquad \dot{S}_Q = \frac{\dot{Q}}{T}$$

Integriert:

$$S_{2,\mathrm{ges}} - S_{1,\mathrm{ges}} = \frac{Q_{12}}{T_u} + S_{\mathrm{irr},12} \quad \text{mit} \quad S_{2,\mathrm{ges}} - S_{1,\mathrm{ges}} = S_{K_2} - S_{K_1}$$

Ausgetauschte Wärme Q_{12} aus Energiebilanz für Kabine:



$$\frac{\mathrm{d}E_{\mathrm{ges}}}{\mathrm{d}t} = \dot{Q} + \dot{W}^N\,, \qquad E_{\mathrm{ges}} = U_{\mathrm{ges}} + E_{\mathrm{kin,ges}} + E_{\mathrm{pot,ges}} = U_{\mathrm{ges}}$$

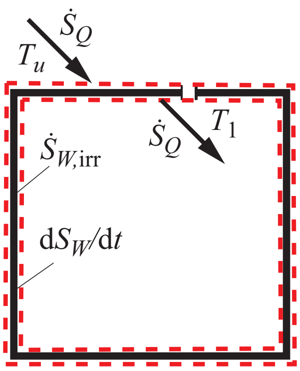
Integriert:

$$\begin{aligned} U_{Z_2} - U_{Z_1} + U_{K_2} - U_{K_1} &= Q_{12} + \dot{W}^N \\ U_{K_2} - U_{K_1} &= 0 \\ W_{12}^N &= +W_{K,12}^V + W_{Z,12}^V \\ W_{Z,12}^V &= U_{Z_2} - U_{Z_2} \end{aligned}$$

$$\text{oder einfacher:} \quad 0 = Q_{12} + W_{K,12}^V \quad \text{(entspr. Energiebilanz am Kabinengas)}$$

$$Q_{12} = -W_{K,12}^V \quad (< 0\,)$$

Entropieproduktion S_{irr} aus Entropiebilanz an Kabinenwand:



$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}S_W}{\mathrm{d}t} &= \frac{\dot{Q}_{12}}{T_u} - \frac{\dot{Q}_{12}}{T_1} + \dot{S}_{W,\mathrm{irr}}\,, \qquad \dot{S}_{W,\mathrm{irr}} = S_{\mathrm{irr}} \\ \frac{\mathrm{d}S_W}{\mathrm{d}t} &= 0 \quad (\quad \text{da} \quad m_w = 0 \quad) \end{aligned}$$

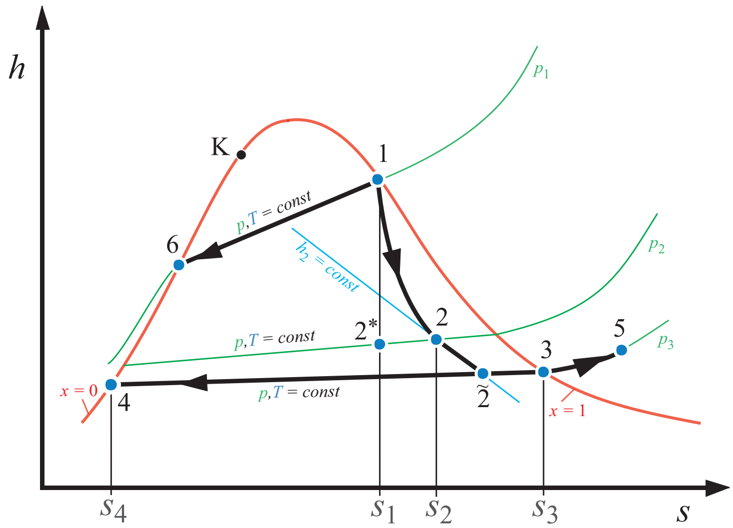
$$\text{integriert:} \quad S_{\mathrm{irr},12} = \frac{Q_{12}}{T_1} - \frac{Q_{12}}{T_u} = Q_{12}\left(\frac{1}{T_u} - \frac{1}{T_1}\right) \quad (> 0\,)$$

2. Aufgabe H13 (29 Punkte)

a) siehe Diagramm

b) Da der Wasserabscheider zwar mit Druckverlust aber adiabat arbeitet, bleibt die spezifische Enthalpie erhalten:

$\Rightarrow$ isenthalpe Zustandsänderung



c) Wasserabscheider:

Dampfgehalt: $x_{\tilde{2}} = \dfrac{h_{\tilde{2}} - h_4}{h_3 - h_4}\,, \; h_{\tilde{2}} = h_2$

aus Tab.:

$$\begin{aligned} h_4 &= h(p_3, x_3) = h'(p_3) \\ h_3 &= h(p_3, x_3) = h''(p_3) \end{aligned}$$

Für die Turbine gilt:

$$\eta_{s,\mathrm{T}} = \frac{h_2 - h_1}{h_{2^*} - h_1} \quad \Rightarrow \quad h_2 \;\; (= h_1 + \eta_{s,\mathrm{T}}\;(h_{2^*} - h_1))$$

aus Tab.: $\quad h_{2^*} = h(p_2, s_{2^*})\,,\; s_{2^*} = s_1 = s(p_1, x_1) = s''(p_1)\,,\; h_1 = h(p_1, x_1) = h''(p_1)$

d) Massenbilanz Wasserabscheider: $\quad \dfrac{\dot{m}_{\mathrm{III}}}{\dot{m}_{\mathrm{IV}}} = \dfrac{x_{\tilde{2}}}{1 - x_{\tilde{2}}}$

e) Energiebilanz Überhitzer (stationärer Fließprozess):

$$\left.\begin{aligned} &\dot{m}_{\mathrm{I}}\, h_1 + \dot{m}_{\mathrm{III}}\, h_3 \;=\; \dot{m}_5\, h_5 + \dot{m}_6\, h_6\,,\; \dot{m}_5 = \dot{m}_{\mathrm{III}}\,,\; \dot{m}_6 = \dot{m}_{\mathrm{I}} \\[2ex] &\text{aus Tab.:}\quad h_1, h_3 = \text{s.o.}\,,\; h_5 = h(p_3, \vartheta_5)\,,\; h_6 = h(p_1, x_6) = h'(p_1) \end{aligned}\right\} \;\Rightarrow\; \frac{\dot{m}_{\mathrm{I}}}{\dot{m}_{\mathrm{III}}} \left(= \frac{h_5 - h_3}{h_1 - h_6} > 0 \checkmark \right)$$

f) Massenbilanz Turbine:

$$\dot{m} = \dot{m}_{\mathrm{I}} + \dot{m}_{\mathrm{II}} = \dot{m}_{\mathrm{III}}\, \frac{h_5 - h_3}{h_1 - h_6} + \dot{m}_{\mathrm{II}} = \dot{m}_{\mathrm{II}} \left(x_{\tilde{2}}\, \frac{h_5 - h_3}{h_1 - h_6} + 1 \right) \quad \Rightarrow \quad \dot{m}_{\mathrm{II}} \left(= \frac{\dot{m}}{1 + x_{\tilde{2}}\, \frac{h_5 - h_3}{h_1 - h_6}} \right)$$

g) Energiebilanz Turbine:

$$\dot{Q}_{12} + P_{12} = \dot{H}_2 - \dot{H}_1 = \dot{m}_{\mathrm{II}}\; (h_2 - h_1)\;,\; Q_{12} = 0 \quad \Rightarrow \quad P_{\mathrm{T}} = \dot{m}_{\mathrm{II}}\; (h_2 - h_1)\;\; (< 0 \checkmark\,)$$

h) Entropiebilanz Wasserabscheider (stationärer Fließprozess):

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} = 0 = \dot{S}_2 - \dot{S}_3 - \dot{S}_4 + \dot{S}_Q + \dot{S}_{\mathrm{irr}}\;,\; \dot{S}_Q = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{S}_{\mathrm{irr}} = \dot{m}_{\mathrm{III}}\, s_3 + \dot{m}_{\mathrm{IV}}\, s_4 - \dot{m}_{\mathrm{II}}\, s_2$$

aus Tab.: $\quad s_3 = s(p_3, x_3) = s''(p_3)\,,\; s_4 = s(p_3, x_4) = s'(p_3)\,,\; s_2 = s(p_2, h_2)$

Exergieverlust: $\quad \dot{E}_V = T_u\, \dot{S}_{\mathrm{irr}}\,, \quad T_u\;[\mathrm{K}] = \vartheta_u\;[^\circ\mathrm{C}] + 273{,}15\;[\mathrm{K}]$

3. Aufgabe H13 (30 Punkte)

a) System im Zustand 2:

Tabelle zu Unterpunkt a) 3.:

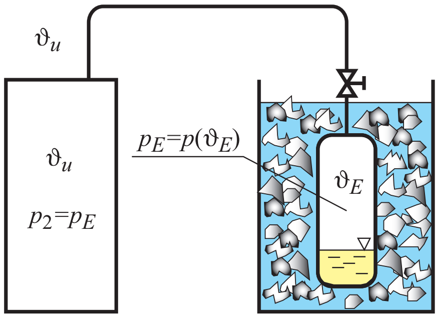
Behälter	unterkühlte Flüssigkeit	Nassdampf	überhitzter Dampf
Kältemittelkreislauf			x
Entsorgungsflasche		x	

a) Begründungen zu a) 3.:

Bei Umgebungsdruck ist die Temperatur des Eiswassers lt. TabW die Schmelztemperatur ϑ_s: $\vartheta_E = \vartheta_s(p_u)$

a) 3. Laut Aufgabenstellung besteht Zweiphasengleichgewicht für des Kältemittels im Entsorgungsgefäß. Aus TabK erhält man den Druck aus dem Dampfdruck: $p_E = p_s(\vartheta_E)$

Bei geöffnetem Ventil besteht Druckausgleich zwischen den Gefäßen: $p_2 = p_E$
Bei der Temperatur $\vartheta_u > \vartheta_E$ muss das Kältemittel wegen $p_2 < p_1 = p_s(\vartheta_u)$ überhitzt sein.



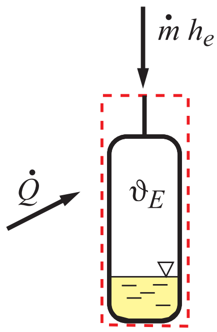
Darstellung im Zustand 2

b) $\quad m_2 = \dfrac{V_2}{v_2}$ aus TabW: $\vartheta_E = \vartheta_s(p_u)$ aus TabK: $p_E = p_s(\vartheta_E)\,,\ v_2 = v_2(p_E, \vartheta_u)$,

c) Hebelgesetz: $x_2 = \dfrac{v_2 - v_2'}{v_2'' - v_2'}$

Spezifisches Volumen im Entsorgungsgefäß: $\quad v_2 = \dfrac{V_E}{m_E}$

Aus TabK: $\quad v_2'' = v''(\vartheta_E)\,,\ v_2' = v'(\vartheta_E)$



d) Das schmilzende Eis überträgt die Wärme:

$$Q_{12} = m_{\text{Eis}}\, r_{\text{Eis}} \quad \text{mit} \quad r_{\text{Eis}} = r_{\text{Eis}}(p_u) \quad \text{aus TabW}$$

Erforderlicher Wärmestrom zur Kühlung der Entsorgungsflasche (Energiebilanz Entsorgungsflasche):

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = \dot{Q} + \dot{m}\,h \quad \overset{\text{Int.}}{\Rightarrow} \quad E_2 - E_1 = \int_1^2 \dot{Q}\mathrm{d}t + \int_1^2 \dot{m}h\mathrm{d}t\,, \quad \int_1^2 \dot{Q}\mathrm{d}t \equiv Q_{12}$$

$$\int_1^2 \dot{m}\,h_e\,\mathrm{d}t \overset{h_e=const}{=} \int_1^2 \dot{m}\,\mathrm{d}t\;h_e = m_E\,h_e\,, \quad \text{aus TabK}: \quad h_e = h''(\vartheta_u)$$

$$E_2 - \underbrace{E_1}_{0\text{(wg. Vak.)}} = m_E\,u_2 = m_E\,(h_2 - p_2\,v_2) \quad \text{(Innere Energie } u \text{ nicht in TabK)}$$

$$v_2\,,\ x_2 \quad \text{s.o.}\,, \quad h_2 = x_2\,h''(\vartheta_E) + (1 - x_2)\,h'(\vartheta_E)\,, \quad \left(u_2 = h_2 - p_s(\vartheta_E)\,\frac{V_E}{m_E}\right)$$

$$\Rightarrow \qquad Q_{12} = m_E\,(u_2 - h''(\vartheta_u)) \quad \Rightarrow \quad m_{\text{Eis}} = \frac{Q_{12}}{r_{\text{Eis}}}$$

e) Verdampfende Masse:

$$\Delta m = m_E\,(x_3 - x_2)$$

$$x_3 = \frac{v_3 - v_3'}{v_3'' - v_3'}\,, \quad x_2 \text{ s.o.}\,,$$

$$v_3 = \frac{V_E}{m_E} = v_2\,, \quad \text{Aus TabK:} \quad v_3' = v'(\vartheta_u)\,,\; v_3'' = v''(\vartheta_u)$$

Wärmemenge Q_{23} (Verdampfung bei konstantem Volumen)

$$\Delta Q = m_E\,(u_3 - u_2)$$

$$u_3 - u_2 = h_3 - h_2 - (p_s(\vartheta_u) - p_s(\vartheta_E))\;v_2$$

$$h_3 = x_3 h''(\vartheta_u) + (1 - x_3)\,h'(\vartheta_u)\,,\; h_2 = x_2 h''(\vartheta_E) + (1 - x_2)\,h'(\vartheta_E)\,,$$

$$x_3 = \frac{v_3 - v'(\vartheta_u)}{v''(\vartheta_u) - v'(\vartheta_u)}$$