

Institut für Technische Verbrennung
Univ.-Prof. Dr.-Ing. H. Pitsch

– **Musterlösung** –

Thermodynamik I

SS 2014

Aachen, den 6. Oktober 2014

Bachelorprüfung

1 Aufgabe (25 Punkte)

a) Die Geschwindigkeit der Luft am Verdichteraustritt (m/s).

5 Pkt.

Zustand 1: $T = 298 \text{ K}$, $p = 100 \text{ kPa}$, $v = 7,5 \text{ m/s}$

Zustand 2: $T = 648 \text{ K}$, $p = 1200 \text{ kPa}$

$\dot{m}_L = 30 \text{ kg/s}$, $M_L = 28,84 \text{ kg/kmol}$, $A_2 = 0,626 \text{ m}^2$

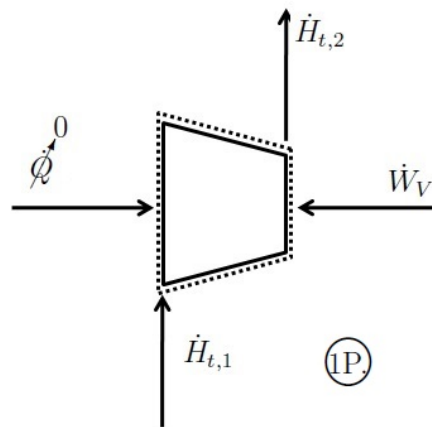
$$R_L = \frac{\kappa - 1}{\kappa} c_{p,L} = \frac{0,4}{1,4} \times 1,005 \text{ kJ/kgK} = 0,287 \text{ kJ/kgK} \quad (1\text{P.})$$

$$\rho_2 = \frac{p_2}{R_L T_2} \quad (1\text{P.}) = \frac{1200 \text{ kPa}}{0,287 \text{ kJ/kgK} \times (375 + 273,15) \text{ K}} = 6,45 \text{ kg/m}^3 \quad (1\text{P.})$$

$$v_2 = \frac{\dot{m}_L}{\rho_2 A} \quad (1\text{P.}) = \frac{30 \text{ kg/s}}{6,45 \text{ kg/m}^3 \times 0,626 \text{ m}^2} = 7,43 \text{ m/s} \quad (1\text{P.})$$

b) Die vom Verdichter benötigte Antriebsleistung (MW).

4 Pkt.



$$\frac{dE}{dt} = \dot{H}_{t,1} - \dot{H}_{t,2} + \dot{Q} + \dot{W}_V \stackrel{!}{=} 0 \quad (1\text{P.})$$

$$0 = \dot{m}_L \left[c_p (T_1 - T_2) + \frac{v_1^2}{2} - \frac{v_2^2}{2} \right] + \dot{Q} + \dot{W}_V \quad (1\text{P.})$$

$$\dot{W}_V = \dot{m}_L \left[c_p (T_2 - T_1) + \frac{v_2^2}{2} - \frac{v_1^2}{2} \right]$$

$$= 30 \text{ kg/s} \times \left[1,005 \text{ kJ/kgK} \times (375 - 25) \text{ K} + \frac{(7,43 \text{ m/s})^2}{2} - \frac{(7,5 \text{ m/s})^2}{2} \right]$$

$$= 10552,5 \text{ kJ/s} \hat{=} 10,5525 \text{ MW} \quad (1\text{P.})$$

Hinweis: typische Fehler: 10,536 MW (mit 7,42 m/s) und 10,486 MW (mit 7,2 m/s) mit falscher Einheitenrechnung: $\text{m/s}^2 = \text{J/kg} \neq \text{kJ/kg}$.

c) Den Nassdampfgehalt am Turbinenaustritt.

8 Pkt.

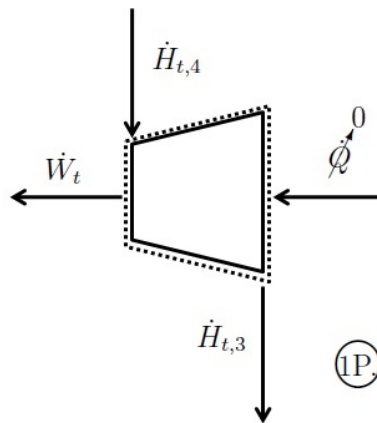
Zustand 3: $T = 773 \text{ K}$, $p = 5000 \text{ kPa}$, $v = 80 \text{ m/s}$

Zustand 4: $p = 100 \text{ kPa}$, $v = 140 \text{ m/s}$

$\dot{m} = 25 \text{ kg/s}$

$$\begin{aligned}\dot{W}_t &= \dot{W}_V + \dot{W}_G \\ &= 10,5525 \text{ MW} + 10 \text{ MW} \\ &= 20,5525 \text{ MW}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}T_{3,s}(p_3 = 5 \text{ MPa}) &= 263,99^\circ\text{C} < T_3 \\ &\rightarrow \text{Überhitzter Dampf (1P.)} \\ &\rightarrow h_3 = 3433,8 \text{ kJ/kg (1P.)}\end{aligned}$$



$$\frac{dE}{dt} = \dot{H}_{t,3} - \dot{H}_{t,4} + \dot{Q} + \dot{W}_t \stackrel{!}{=} 0 \quad (1P.)$$

$$0 = \dot{m}(h_3 - h_4 + \frac{v_3^2}{2} - \frac{v_4^2}{2}) + \dot{Q}^0 - \dot{W}_t$$

$$h_4 = h_3 + \frac{v_3^2}{2} - \frac{v_4^2}{2} - \frac{\dot{W}_t}{\dot{m}}$$

$$\begin{aligned}h_4 &= 3433,8 \text{ kJ/kg} + \frac{(80 \text{ m/s})^2}{2} - \frac{(140 \text{ m/s})^2}{2} - \frac{20,5525 \text{ MW}}{25 \text{ kg/s}} \\ &= 2605,1 \text{ kJ/kg} \quad (2P.)\end{aligned}$$

$$x_4 = \frac{h_4 - h'_4}{h''_4 - h'_4} \quad (1P.)$$

$$= \frac{2605,1 \text{ kJ/kg} - 417,46 \text{ kJ/kg}}{2675,5 \text{ kJ/kg} - 417,46 \text{ kJ/kg}}$$

$$= 0,9688 \quad (1P.)$$

$$h'_4 = 417,46 \text{ kJ/kg}$$

$$h''_4 = 2675,5 \text{ kJ/kg}$$

d) Den isentropen Wirkungsgrad der Turbine.

8 Pkt.

$$\begin{aligned}
 s_4^* &= s_3 \text{ (1P.)} = 6,9759 \text{ kJ/kg (1P.)} \\
 p_4^* &= p_4 = 0,1 \text{ MPa} \\
 \rightarrow s_4^{*'} &= 1,3026 \text{ kJ/kgK,} \\
 s_4^{*''} &= 7,3594 \text{ kJ/kgK}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x_4^* &= \frac{s_4^* - s_4^{*'}}{s_4^{*''} - s_4^{*'}} \\
 &= \frac{6,9759 \text{ kJ/kgK} - 1,3026 \text{ kJ/kgK}}{7,3594 \text{ kJ/kgK} - 1,3026 \text{ kJ/kgK}} \\
 &= 0,9367 \text{ (1P.)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 h_{4,s}^* &= (1 - x_4^*)h_4^{*'} + x_4^*h_4^{*''} \\
 &= 0,0633 \times 417,46 \text{ kJ/kg} + 0,9367 \times 2675,57 \text{ kJ/kg} \\
 &= 2532,57 \text{ kJ/kg (1P.)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{W}_{rev} &= \dot{m} \left(h_3 - h_{4,s^*} + \frac{v_3^2}{2} - \frac{v_4^2}{2} \right) \text{ (1P.)} \\
 &= 25 \text{ kg/s} \times \left(3433,8 \text{ kJ/kg} - 2532,57 \text{ kJ/kg} + \frac{(80 \text{ m/s})^2}{2} - \frac{(140 \text{ m/s})^2}{2} \right) \\
 &= 22,366 \text{ MW (1P.)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \eta_{is} &= \frac{\dot{W}}{\dot{W}_{rev}} \text{ (1P.)} \\
 &= \frac{20 \text{ MW}}{22,366 \text{ MW}} = 0,9189 \text{ (1P.)}
 \end{aligned}$$

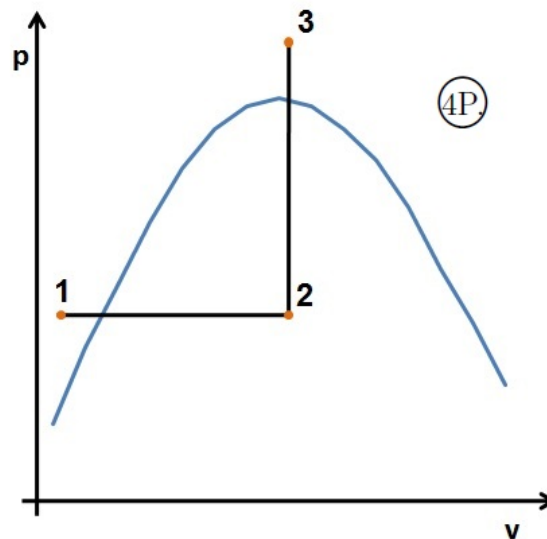
Hinweis: Bei Vernachlässigung des kinetischen Terms in der Gleichung für \dot{W}_{rev} sind max. 4P. zu erreichen.

Punkte für Folgefehler werden nur in den nächsten Aufgabenteilen vergeben.

2 Aufgabe (25 Punkte)

- a) Skizzieren Sie den Vorgang im p, v -Diagramm unter Berücksichtigung der Sättigungslinien.

4 Pkt.



Hinweis: Ohne Sättigungslinien max. 2P.

- b) Den Anfangsdruck im Zylinder (kPa).

3 Pkt.

$$p_Z = p_{atm} + \frac{m_{kg}}{A} \quad (1P.)$$

$$p_Z = 1 \text{ bar} + \frac{40 \text{ kg} \times 9,81 \text{ m/s}^2}{7,854 \times 10^{-3} \text{ m}^2}$$

$$= 149,96 \text{ kPa} \quad (2P.)$$

- c) Die Wassermasse im Zylinder (kg).

4 Pkt.

$$V_1 = A \times l$$

$$= 7,854 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \times 0,01 \text{ m}$$

$$= 0,00007854 \text{ m}^3 \quad (1P.)$$

$$T_s(150 \text{ kPa}) = 111,37^\circ\text{C} > T_1$$

$$\rightarrow \text{Unterkühlte Flüssigkeit} \quad (1P.)$$

$$v_1 = v(50^\circ \text{ C}) = 0,001012 \text{ m}^3/\text{kg} \quad (1P.)$$

$$m = \frac{V_1}{v_1} = 0,078 \text{ kg} \quad (1P.)$$

d) Das Endvolumen (m^3).

5 Pkt.

$$p_2 = p_3 = 150 \text{ kPa} \quad (1\text{P.})$$

$$v'_2(150\text{kPa}) = 0,001053 \text{ m}^3/\text{kg},$$

$$v''_2(150\text{kPa}) = 1,1593 \text{ m}^3/\text{kg} \quad (1\text{P.})$$

$$v_2 = (1 - x_2)v'_2 + x_2v''_2 \quad (1\text{P.})$$

$$= (0,000257985 + 0,8752715) \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$= 0,87553 \text{ m}^3/\text{kg} \quad (1\text{P.})$$

$$V_2 = mv_2 = 0,0682 \text{ m}^3 \quad (1\text{P.})$$

e) Die zugeführte Wärme (kJ).

9 Pkt.

$$\Delta U = Q + W$$

$$U_3 - U_1 = Q + W$$

$$m(u_3 - u_1) = Q + W \quad (1\text{P.})$$

$$W = - \int_1^3 p dv \quad (1\text{P.})$$

$$= - \int_1^2 p dv - \int_2^3 p dv \quad (1\text{P.})$$

$$= -p(V_2 - V_1)$$

$$= -mp(v_2 - v_1)$$

$$= -10,2 \text{ kJ} \quad (1\text{P.})$$

$$p_3 = 0,3 \text{ MPa},$$

$$v_3 = v_2 = 0,87553 \text{ m}^3/\text{kg} > v''_3 \quad (1\text{P.})$$

$$\rightarrow \text{Überhitzter Dampf} \quad (1\text{P.})$$

$$u_3 = 2806 \text{ kJ/kg} \quad (1\text{P.})$$

$$u_1 = 209,32 \text{ kJ/kg} \quad (1\text{P.})$$

$$\Delta U = 202,59 \text{ kJ}$$

$$Q = (202,59 + 10,2) \text{ kJ} = 212,79 \text{ kJ} \quad (1\text{P.})$$

3 Aufgabe (20 Punkte)

- a) die Wärme von 1 nach 2 q_{12} (kJ/kg). Geben Sie an, ob es sich um zu- oder abgeführte Wärmemengen behandelt. 4 Pkt.

$$\begin{aligned}\frac{T_2}{T_1} &= \frac{p_2}{p_1} \\ T_2 &= T_1 \frac{p_2}{p_1} \\ &= 300 \text{ K} \times \frac{150 \text{ kPa}}{100 \text{ kPa}} \\ &= 450 \text{ K} \quad (1\text{P.})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}q_{12} &= u_2 - u_1 \\ &= c_v(T_2 - T_1) \quad (1\text{P.}) \\ &= 107,7 \text{ kJ/kg} \quad (1\text{P.}) \\ &\text{(zugeführte Wärme)} \quad (1\text{P.})\end{aligned}$$

- b) Die Wärme von 3 nach 4 q_{34} (kJ/kg). Geben Sie an, ob es sich um zu- oder abgeführte Wärmemengen behandelt. 10 Pkt.

$$\begin{aligned}v_1 &= \frac{RT_1}{p_1} \\ &= \frac{0,287 \text{ kJ/kgK} \times 700 \text{ K}}{100 \text{ kPa}} \\ &= 0,861 \text{ m}^3/\text{kg} \quad (1\text{P.})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}v_3 &= \frac{v_1}{7} \\ v_4 &= \frac{v_1}{4} \quad (1\text{P.})\end{aligned}$$

2 \rightarrow 3: isentrop (1P.)

$$\begin{aligned}p_3 &= p_2 \left(\frac{v_2}{v_3}\right)^\kappa \\ &= 150 \text{ kPa} \times 7^{1,4} = 2286,8 \text{ kPa} \quad (1\text{P.})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}w_{34} &= - \int_3^4 p dv = -p_3(v_4 - v_3) \quad (1\text{P.}) \\ &= -p_3 \left(\frac{v_1}{4} - \frac{v_1}{7}\right) \\ &= -2286,8 \text{ kPa} \left(\frac{0,861 \text{ m}^3/\text{kg}}{4} - \frac{0,861 \text{ m}^3/\text{kg}}{7}\right) \\ &= -210,95 \text{ kJ/kg}\end{aligned}$$

$$T_3 = T_2 \left(\frac{v_2}{v_3}\right)^{(\kappa-1)} = 980 \text{ K} \quad (1\text{P.})$$

$$T_4 = T_3 \frac{v_4}{v_3} = 980 \text{ K} \times \left(\frac{7}{4}\right) = 1715,1 \text{ K} \quad (1\text{P.})$$

$$q_{34} + w_{34} = u_4 - u_3 \quad (1\text{P.})$$

$$\begin{aligned} q_{34} &= c_v(T_4 - T_3) - w_{34} \\ &= 0,718 \text{ kJ/kgK}(1715,1 \text{ K} - 980 \text{ K}) + 210,95 \text{ kJ/kg} \\ &= 738,7 \text{ kJ/kg} \quad (1\text{P.}) \end{aligned}$$

$$\text{(zugeführte Wärme)} \quad (1\text{P.})$$

Alternativlösung:

$$T_3 = T_2 \left(\frac{v_2}{v_3}\right)^{(\kappa-1)} = 980 \text{ K} \quad (1\text{P.})$$

$$T_4 = T_3 \frac{v_4}{v_3} = 980 \text{ K} \times \left(\frac{7}{4}\right) = 1715,1 \text{ K} \quad (1\text{P.})$$

$$c_p = \kappa c_v = 1,4 \times 0,718 \text{ kJ/kgK} = 1,0052 \text{ kJ/kgK} \quad (1\text{P.})$$

$$u_4 - u_3 = q_{34} + w_{34} \quad (1\text{P.})$$

$$u_4 - u_3 = q_{34} - \int_3^4 p dv \quad (1\text{P.})$$

$$u_4 - u_3 = q_{34} - p_3(v_4 - v_3) \quad (1\text{P.})$$

$$q_{34} = (u_4 + p_4 v_4) - (u_3 + p_3 v_3)$$

$$q_{34} = h_4 - h_3 \quad (1\text{P.})$$

$$q_{34} = c_p(T_4 - T_3) \quad (1\text{P.})$$

$$q_{34} = 738,7 \text{ kJ/kg} \quad (1\text{P.})$$

$$\text{(zugeführte Wärme)} \quad (1\text{P.})$$

Hinweis: Alternativlösung wird nur gewertet, wenn der Lösungsweg vollständig ist.

c) Den thermischen Wirkungsgrad.

6 Pkt.

$$T_5 = T_4 \left(\frac{p_5}{p_4}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 701,3 \text{ K} \quad (1\text{P.})$$

$$v_5 = v_4 \frac{T_4}{T_5} = 2,013 \text{ m}^3/\text{kg} \quad (1\text{P.})$$

$$u_1 - u_5 = w_{51} + q_{51} \quad (1\text{P.})$$

$$q_{51} = u_1 - u_5 - w_{51}$$

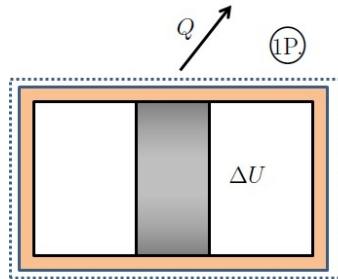
$$= c_v(T_1 - T_5) + p_1(v_1 - v_5)$$

$$= -403,3 \text{ kJ/kg} \quad (1\text{P.})$$

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{W}{Q} = 1 - \frac{Q_{ab}}{Q_{zu}} \textcircled{1P.} \\ &= 1 - \frac{|q_{51}|}{|q_{12} + q_{34}|} \\ &= 0,476 \textcircled{1P.}\end{aligned}$$

4 Aufgabe (20 Punkte)

- a) Die Temperatur im Zylinder, nachdem sich das thermische Gleichgewicht eingestellt hat. 9 Pkt.



$$m_{N_2} = \frac{p_{N_2,1} V_{N_2,1}}{R_{N_2} T_{N_2,1}} \text{ (1P)} = 4,77 \text{ kg (1P)}$$

$$m_{He} = \frac{p_{He,1} V_{He,1}}{R_{He} T_{He,1}} = 0,808 \text{ kg (1P)}$$

$$\Delta U = -Q \text{ (1P)}$$

$$0 = m_{N_2} c_{v,N_2} (T_{N_2,2} - T_{N_2,1}) + m_{He} c_{v,He} (T_{He,2} - T_{He,1}) + Q \text{ (1P)}$$

$$T_{N_2,2} = T_{He,2} \text{ (1P)}$$

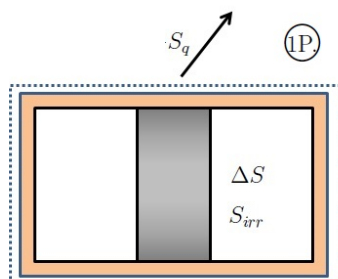
$$= \frac{m_{N_2} c_{v,N_2} T_{N_2,1} + m_{He} c_{v,He} T_{He,1} - Q}{m_{N_2} c_{v,N_2} + m_{He} c_{v,He}}$$

$$= \frac{4,77 \text{ kg} \times 0,743 \text{ kJ/kg}^\circ\text{C} \times 80^\circ\text{C} + 0,808 \text{ kg} \times 3,1156 \text{ kJ/kg}^\circ\text{C} \times 25^\circ\text{C} - 100 \text{ kJ}}{4,77 \text{ kg} \times 0,743 \text{ kJ/kg}^\circ\text{C} + 0,808 \text{ kg} \times 3,1156 \text{ kJ/kg}^\circ\text{C}}$$

$$= 40,66^\circ\text{C} \text{ (2P)}$$

Hinweis: Bei Vernachlässigung von Q in der Energiebilanz sind max. 6P. zu erreichen.

- b) Die Entropieproduktion des Gesamtsystems für diesen Prozess. 11 Pkt.



$$n_t = \frac{m_{N_2}}{M_{N_2}} + \frac{m_{He}}{M_{He}} \text{ (1P)}$$

$$= \frac{4,77 \text{ kg}}{28 \text{ kg/kmol}} + \frac{0,808 \text{ kg}}{4 \text{ kg/kmol}} = 0,372 \text{ kmol (1P)}$$

$$\begin{aligned}
 p_{N_2,2} &= p_{He,2} \textcircled{1P} = \frac{n_t R T_2}{V_{total}} \\
 &= \frac{0,372 \text{ kmol} \times 8,314 \text{ kJ/kmolK} \times (40,66 + 273,15) \text{ K}}{2 \text{ m}^3} \\
 &= 485,277 \text{ kPa} \textcircled{1P}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta S &= -S_q + S_{irr} \textcircled{1P} \\
 S_{irr} &= \Delta S + S_q \\
 &= \Delta S_{N_2} + \Delta S_{He} \textcircled{1P} + \frac{Q}{T} \textcircled{1P} \\
 &= m_{N_2} (c_{p,N_2} \ln(\frac{T_{N_2,2}}{T_{N_2,1}}) - R_{N_2} \ln(\frac{p_{N_2,2}}{p_{N_2,1}})) \textcircled{1P} \\
 &\quad + m_{He} (c_{p,He} \ln(\frac{T_{He,2}}{T_{He,1}}) - R_{He} \ln(\frac{p_{He,2}}{p_{He,1}})) + \frac{Q}{T} \\
 S_{irr} &= 4,77 \text{ kg} \times (1,039 \text{ kJ/kgK} \times \ln(\frac{40,66 \text{ K} + 273,15 \text{ K}}{80 \text{ K} + 273,15 \text{ K}}) \\
 &\quad - 0,2968 \text{ kJ/kgK} \times \ln(\frac{485,277 \text{ kPa}}{500 \text{ kPa}})) \\
 &\quad + 0,808 \text{ kg} \times (5,1926 \text{ kJ/kgK} \times \ln(\frac{40,66 \text{ K} + 273,15 \text{ K}}{25 \text{ K} + 273,15 \text{ K}}) \\
 &\quad - 2,0769 \text{ kJ/kgK} \times \ln(\frac{485,277 \text{ kPa}}{500 \text{ kPa}})) + \frac{100 \text{ kJ}}{273,15 \text{ K}} \\
 &= 0,088 \text{ kJ/K} \textcircled{2P}
 \end{aligned}$$

Hinweis: Bei Vernachlässigung von S_q in der Entropiebilanz sind max. 7P. zu erreichen.