Aufgabe 1 H14

A) Die Plancksche Funktion Y ist der negative Quotient aus der freien Enthalpie G und der Temperatur T:

$$Y = -\frac{G}{T}$$

Aa) Zeigen Sie, dass Temperatur T und Druck p die natürlichen Variablen der Planckschen Funktion sind und dass für die partiellen Ableitungen gilt:

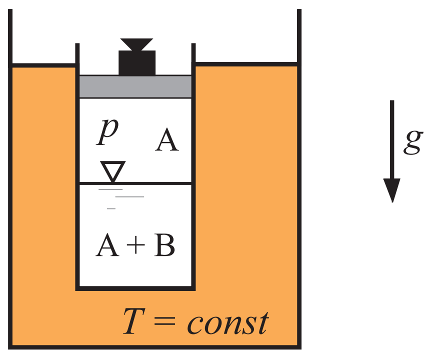
$$\left(\frac{\partial Y}{\partial T}\right)_p = \frac{H}{T^2} \quad \text{und} \quad \left(\frac{\partial Y}{\partial p}\right)_T = -\frac{V}{T}$$

Ab) Wie lautet die Fundamentalgleichung für die Plancksche Funktion eines Stoffgemisch mit k Komponenten?

Ac) Wie lässt sich das chemische Potential μ_i aus der Plankschen Funktion $Y(T, p, n_1, \ldots, n_k)$ berechnen?

Ad) Welche Maxwell-Relationen lassen sich mit der Planckschen Funktion herleiten?
Hinweis: Geben Sie bei den partiellen Ableitungen auch immer genau an, welche Variablen konstant gehalten werden!

B[a]) Ein zweiphasiges System bestehe aus einer Gasphase, die nur das Lösungsmittel A enthält, und einer binären Flüssigphase aus dem Lösungsmittel A und einer gelösten zweiten Komponente B. Man beobachtet im Experiment, dass sich bei festgehaltener Temperatur ein Dampfdruck $p < p_A^*(T)$ in der Gasphase einstellt, der mit wachsender Konzentration der Komponente B abnimmt.



[a] Die Plancksche Funktion Y spielt im Teil B der Aufgabe keine Rolle!

Annahmen: Flüssig- und Gasphase seien ideal und im Gleichgewicht.

Geg.: $\mathcal{R}$, T, $p_A^*(T)$, X_B', $X_B'' = 0$, Tabellen für die chemischen Potentiale $\mu_A^{*\prime}$ und $\mu_A^{*\prime\prime}$ in der Flüssig- und Gasphase der reinen Komponente A.

Hinweis: Größen der reinen Komponenten sollen mit hochgestelltem * gekennzeichnet werden. Die Flüssigphase zusätzlich mit hochgestelltem $'$ und die Gasphase mit $''$.

Ges.:

Ba) Wie lautet die Gleichgewichtsbedingung für das Zweiphasensystem?

Bb) Leiten Sie durch Differentiation aus der Gleichgewichtsbedingung eine differentielle Gleichung für den Dampfdruck p in Abhängigkeit vom Molenbruch X_B' her?

Hinweis: Es gilt allgemein für eine Komponente J: $\left(\frac{\partial \mu_J'}{\partial p}\right)_T = v_{J,m}'$ und $\left(\frac{\partial \mu_J''}{\partial p}\right)_T = v_{J,m}''$

Bc) Integrieren Sie die erhaltene Beziehung unter den Voraussetzungen, dass die Gasphase als ideales Gas betrachtet und dass das molare Volumen $v_{J,m}'$ der Flüssigkeit wegen $v_{J,m}' << v_{J,m}''$ vernachlässigt werden kann.