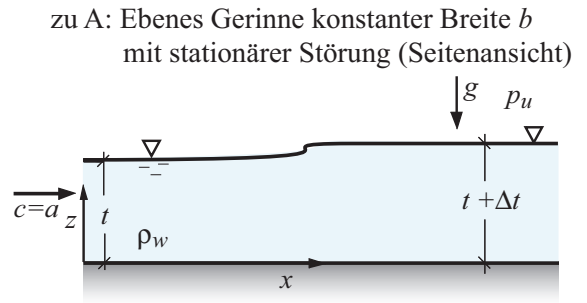


Aufgabe 4 Thermodynamik II F13

A) In Analogie zur Mach-Zahl Ma in der Gasdynamik wird die Strömungsgeschwindigkeit c von Gerinneströmungen mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit a von Oberflächenwellen kleiner Amplitude dimensionslos gemacht und die Froude-Zahl $Fr = c/a$ eingeführt.

Ges.:

- a) Leiten Sie die Beziehung $a = \sqrt{gt}$ für die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Oberflächenwellen kleiner Amplitude in einem flachen Gerinne ab!



B) Betrachten Sie eine Gerinneströmung in einem Kanal, in dem der Querschnitt b von b_0 bei $x = 0$ auf $b(l)$ bei $x = l$ abnimmt und dann konstant bleibt.

Geg.: $b_0, t_0, c_0, T_0, c_w, \vec{g}$

Hinweis: Für verlustlose, inkompressible Strömungen gilt die *Bernoulli-Gleichung*

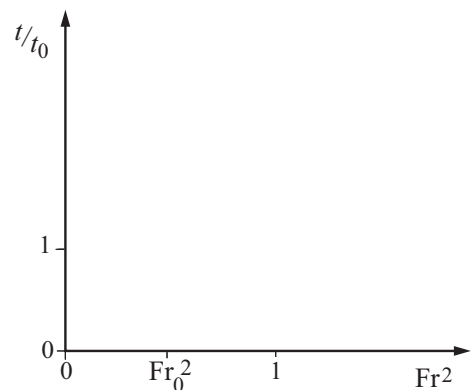
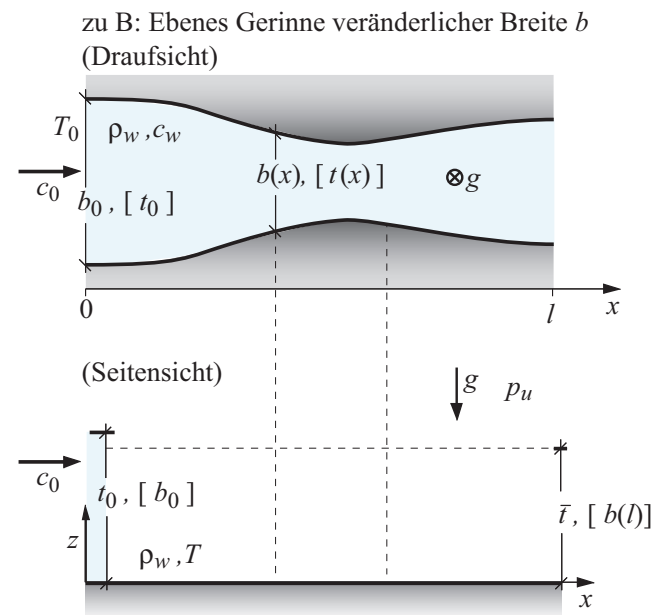
$$\frac{p_u}{\rho_w} + gt + \frac{c^2}{2} = const$$

Ges.:

- a) Leiten Sie die Funktion $t/t_0 = fkt(Fr; Fr_0)$ ab, und skizzieren Sie deren Verlauf im beiliegenden Diagramm für $Fr_0 < 1$!
- b) Bestimmen Sie die dimensionslose kritische Wassertiefe t^*/t_0 !
- c) Jedem Punkt der Kurve kann ein bestimmter Wert der dimensionslosen Gerinnebreite b/b_0 zugeordnet werden. Diskutieren Sie den Zusammenhang zwischen der dimensionslosen Tiefe t/t_0 und dem Verhältnis b/b_0 , indem Sie die Stellen $b/b_0 = 1$ und b^*/b_0 eintragen und herleiten, welche Kurvenabschnitte für Kanalerweiterung $b/b_0 > 1$ bzw. für Kanalverengung $b/b_0 < 1$ stehen.

Hinweis: Falls Sie Grenzwerte $b/b_0 \rightarrow \infty$ und $b/b_0 \rightarrow 0$ diskutieren, kann die Regel von L'Hôpital nützlich sein:

Falls sowohl $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \rightarrow 0$ und $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \rightarrow 0$ ist, gilt: $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$



Für das Gerinne sei an einer Stelle $x = l$ eine Wassertiefe \bar{t} mit $\bar{t} > t^*(b^*)$ vorgeschrieben zum Beispiel dadurch, dass der Kanal in einen See mit dieser Spiegelhöhe einmündet:

- d) Diskutieren Sie unter dieser Voraussetzung zwei verschiedene, physikalisch sinnvolle Strömungsverläufe I und II und skizzieren Sie diese in der bereitgestellten Seitenansicht! In welchem Fall erwarten Sie eine Entropieänderung?
- e) Bestimmen Sie die Entropieänderung, wenn für das Gerinne die Wassertiefe \bar{t} vorgeschrieben wird, wobei außerdem $b(l) < b^*$ sein soll!