

Aufgabe 5 F21 (28 Punkte)

Betrachten Sie eine Gerinneströmung in einem Kanal, in dem der Querschnitt b von b_0 bei $x = 0$ auf $b(l) < b_0$ bei $x = l$ variiert und dann konstant bleibt.

Annahmen: Es gelten die Vereinfachungen der eindimensionalen Theorie der inkompressiblen, stationären Gerinneströmung. Die Strömung sei verlustlos und adiabat und stationär.

Geg.: $b_0, t_0, c_0, T_0, c_w, \vec{g}$

Ges.:

- Welche Aussage liefert die Massenbilanz im Gerinne?
- Berechnen Sie die Totalenthalpie \dot{H}_t , die durch einen Querschnitt einer Kontrollfläche bei einer beliebigen Position x tritt!
- Stellen Sie eine Energiebilanz und eine Entropiebilanz auf! Zeigen Sie, dass damit die Aussage

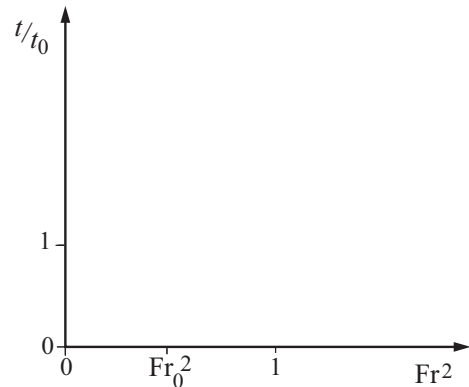
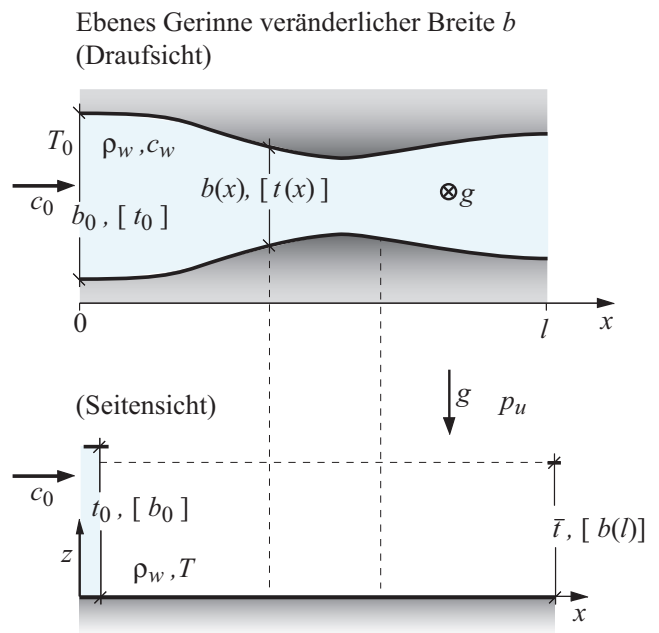
$$gt + \frac{c^2}{2} = const$$

gilt!

- Mit welcher Geschwindigkeit a breiten sich kleine Störungen der Oberfläche im flachen Gerinne aus (Formel) und wie ist die Froude-Zahl definiert?
- Leiten Sie die Funktion $t/t_0 = fkt(Fr; Fr_0)$ ab! Diskutieren Sie den Verlauf anhand von Grenzwerten und skizzieren Sie diesen im beiliegenden Diagramm für $Fr_0 < 1$!
- Bestimmen Sie die dimensionslose kritische Wassertiefe t^*/t_0 !
- Jedem Punkt der Kurve kann ein bestimmter Wert der dimensionslosen Gerinnebreite b/b_0 zugeordnet werden. Diskutieren Sie den Zusammenhang zwischen der dimensionslosen Tiefe t/t_0 und dem Verhältnis b/b_0 , indem Sie die Stellen $b/b_0 = 1$ und b^*/b_0 eintragen und herleiten, welche Kurvenabschnitte für Kanalerweiterung $b/b_0 > 1$ bzw. für Kanalverengung $b/b_0 < 1$ stehen.

Hinweis: Falls Sie Grenzwerte $b/b_0 \rightarrow \infty$ und $b/b_0 \rightarrow 0$ diskutieren, kann die Regel von L'Hôpital nützlich sein:

Falls sowohl $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \rightarrow 0$ und $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \rightarrow 0$ ist, gilt: $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$



Für das Gerinne sei an einer Stelle $x = l$ eine Wassertiefe \bar{t} mit $\bar{t} > t^*(b^*)$ dadurch vorgeschrieben, dass der Kanal in einen See mit dieser Spiegelhöhe einmündet:

- Diskutieren Sie unter dieser Voraussetzung zwei verschiedene, physikalisch sinnvolle Strömungsverläufe I und II und skizzieren Sie diese in der bereitgestellten Seitenansicht! In welchem Fall erwarten Sie eine Entropieänderung?
- Bestimmen Sie die Entropieänderung, wenn für das Gerinne die Wassertiefe \bar{t} vorgeschrieben wird!