

Aufgabe 1 F17 Teile A,B und C (ca. 8 + 14 + 8 Punkte)

A) Die Plancksche Funktion Y ist definiert als der negative Quotient aus der freien Enthalpie G und der Temperatur T :

$$Y = -\frac{G}{T}$$

Aa) Wie lautet die Fundamentalgleichung für die Plancksche Funktion Y eines Reinstoffes und welche Bedeutungen haben die partiellen Ableitungen

$$\left(\frac{\partial Y}{\partial T}\right)_p \quad \text{und} \quad \left(\frac{\partial Y}{\partial p}\right)_T !$$

Ab) Wie errechnet sich das Chemische Potential μ_i eines Stoffes aus der Freien Enthalpie G eines Stoffgemisches?

Ac) Zeigen Sie, dass für ein Gemisch mit k Komponenten für die Plancksche Funktion Y folgender Zusammenhang

$$\left(\frac{\partial Y}{\partial n_i}\right)_{p,T,n_{j,j \neq i}} = -\frac{\mu_i}{T}$$

besteht!

Ad) Formulieren Sie mit den Ergebnissen aus Aa) und Ab) die Fundamentalgleichung für die Plancksche Funktion $Y = Y(p, T, n_1, \dots, n_k)$ eines Mehrkomponenten Gemisches!

B) Betrachten Sie die ideale Lösung (Ideales Gemisch von k Flüssigkeiten)?

Geg.: \mathcal{R}, T, μ_i^* für $i = 1, \dots, k$ ¹⁾

Ba) Wie lautet die Formel für das Chemische Potential einer Komponente i in einer idealen Lösung?

Bb) Bestimmen Sie mit der Formel aus Ba) die bei der Herstellung einer idealen Lösung entstehende Änderung

- des Volumens und das Exzessvolumen,
- der Enthalpie und der Inneren Energie sowie deren Exzessgrößen,

Hinweis: Mit der Planckschen Funktion $Y = -\frac{G}{T}$ gilt folgender Zusammenhang

$$\left(\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{G}{T}\right)\right)_{p,n_i,i=1,\dots,k} = -\frac{H}{T^2}.$$

- der Wärmekapazitäten und deren Exzessgrößen,
- der Entropie einer jeweiligen Komponente im Gemisch sowie die Entropieänderung durch das Mischen und die Exzessentropie!

¹⁾Hochgestellte Indices * sollen Zustandsgrößen reiner Stoffe bezeichnen.

C) In eine vorgegebene konstante Masse m_L an Lösungsmittel L der Molmasse M_L wird in einem Experiment eine zunehmende Stoffmenge n_S eines Salzes gelöst und nach jeder Zugabe das Volumen der entstehenden Salzlösung gemessen. Das Ergebnis der Messung kann näherungsweise durch die Funktion

$$V = a + b \left(\frac{n_S}{m_L} - c \right)^2 \quad \text{mit} \quad a, b, c = \text{const}$$

modelliert werden.

Geg.: $m_L, n_S, M_L, v_{S,m}^*, v_{L,m}^*, (p, T)$, sowie obige Funktion für das Volumen mit den Konstanten $a, b, c = \text{const}$

Ges.:

- Die partiellen molaren Volumina von Salz $v = v_{S,m}(n_S, n_L)$ und Lösungsmittel $v_{L,m} = v_{L,m}(n_S, n_L)$!
- Eine Formel für das Exzessvolumen $V^{\text{ex}} = V^{\text{ex}}(n_S, n_L)$ der Salzlösung!

