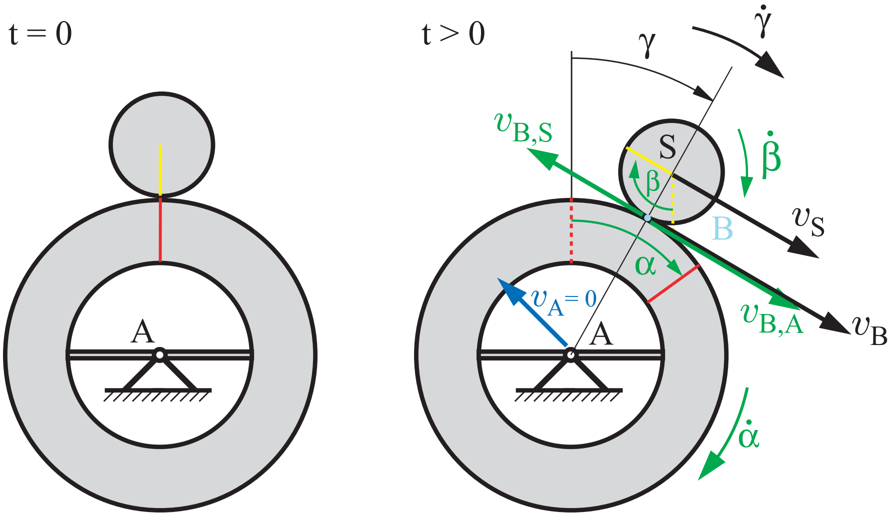
Dynamik

Aufgabe 6e

a) Der Winkel α sei Drehwinkel der großen Scheibe, der Winkel β Drehwinkel der kleinen Schweibe und der Winkel γ sei der Winkel der die Lage des Berührpunktes B auf den Scheibenumfängen misst. Alle Winkel sollen Absolutwinkel, gemessen gegenüber der Senkrechten bei $t = 0$ sein.



Da bei B vorausgesetzt ist, dass die Scheiben nicht aufeinander rutschen, koppelt der Punkt B die Bewegung der starren Scheiben eindeutig aneinander.

Die Geschwindigkeit $\vec{v}_B$ des Punktes B lässt sich für beide Scheiben mit Euler ausdrücken. Es ist, falls B Punkt der großen Scheibe ist

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B,A} = \vec{v}_{B,A}$$

In tangentialer Richtung ergibt sich mit den im Verschiebeplan definierten Richtungssinnen

$$v_B = R\,\dot{\alpha}\,. \tag{1}$$

Mit B als Punkt der kleinen Scheibe liefert

$$\vec{v}_B = \vec{v}_S + \vec{v}_{B,S}$$

in tangentialer Richtung

$$v_B = v_S - v_{B,S} = (R + r)\,\dot{\gamma} - r\,\dot{\beta}\,. \tag{2}$$

Gleichsetzen von Gl. (10 und (2) der Geschwindigkeiten liefert den gesuchten Zusammenhang

$$R\,\dot{\alpha} = (R + r)\,\dot{\gamma} - r\,\dot{\beta}\,. \tag{3}$$

b) Für die Winkelbeschleunigungen kann ein analoger Verschiebeplan gezeichnet werden. Da auch die tangentialbeschleunigungen des Punktes bei wegen Rutschfreiheit gleichgesetzt werden können, liefert ein entsprechendes Vorgehen mit Euler die gesuchte Abhängigkeit der Winkelbeschleunigungen.

Man darf aber auch der Einfachheit halber die gefundenen Beziehung (30 für die Winkelgeschwindigkeiten nach der Zeit ableiten. Man erhält dann sofort

$$R\,\ddot{\alpha} = (R + r)\,\ddot{\gamma} - r\,\ddot{\beta}\,. \tag{4}$$