

Thermodynamik II Aufgabe 5.1

Thema: *Methode der Kreisprozess: Carnotscher Kreisprozess mit Photonengas*

Bei einem Photonengas ist der Druck eine reine Temperaturfunktion: $p = p(T)$.

Auf diesen Idee aufbauend sollen die Zustandsgleichung für die Innere Energie der Schwarzkörperstrahlung $U = U(T, V)$ und die Zustandsgleichung für die Entropie der Schwarzkörperstrahlung $S = S(T, V)$ abgeleitet werden, indem ein Carnotscher Kreisprozesses mit dem Photonengas als Arbeitsmedium betrachtet wird¹.

Ges.:

- Ermitteln sie die geleistete Arbeit des Kreisprozesses als Funktion von dp und ΔV !
- Ermitteln sie die zugeführte Wärme des Kreisprozesses als Funktion von p und ΔV und einer geeigneten Ableitung von $U(T, V)$!
- Verknüpfen Sie mittels des Wirkungsgrades des Carnot-Prozesses die gefundenen Ausdrücke mit T und dT !
- Beobachtungen legen es nahe, dass der Photonendruck durch einen Ausdruck

$$p = \text{const} T^4 \quad \text{mit} \quad \text{const} = \frac{\pi^2}{45} \frac{k^4}{(\hbar c_0)^3}, \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

gegeben ist. Darin sind k die Boltzmannkonstante, c_0 die Lichtgeschwindigkeit und h das Plancksche Wirkungsquantum.

Berechnen Sie damit $U(T, V)$, wenn $U(T, 0) = 0$ sein soll!

- Ermitteln Sie die Entropie der Schwarzkörperstrahlung $S = S(T, V)$!
Eine Möglichkeit ist es, zunächst die Ableitungen $\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V$ und $\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T$ zu bestimmen und diese dann zu integrieren und die verbleibende freie Integrationskonstante sinnvoll zu wählen!
- Leiten Sie eine Beziehung für die adiabaten Zustandsänderungen im obigen Kreisprozess ab!

¹Die hier benutzte Methode der Kreisprozesse ist verglichen mit der Herleitung in der Vorlesung deutlich einfacher; allerdings benötigt man vorab den Modellansatz $p = p(T)$.